

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ КОЛЕДЖ

Для спеціальності
5.151 Автоматизація та комп'ютерно-
інтегровані технології
спеціалізації
5.151.1 Обслуговування інтелектуальних
інтегрованих систем

Методичний посібник
для виконання практичних робіт
з навчальної дисципліни

СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО УПРАВЛІННЯ

Методичний посібник для виконання практичних робіт з дисципліни «Системи автоматизованого управління»

спеціальності 5.151 Автоматизація та комп'ютерно – інтегровані технології

спеціалізації 5.151.1 Обслуговування інтелектуальних інтегрованих систем

/ Укладач: Лихно О.В. – ХДПК, 2020. – 84с.
(прізвище та ініціали)

Методичний посібник розглянутий та рекомендований цикловою комісією
транспорту та електрозв'язку
(назва циклової комісії)

Протокол № _____ від “ _____ ” _____ 2020р.

Голова циклової комісії _____ (А.І.Руденко)
(підпис) _____ прізвище та ініціали)

Схвалено методичною радою Харківського державного політехнічного коледжу

Протокол № _____ від “ _____ ” _____ 2020р.

Голова методичної ради _____ (Р.М.Корольова)
(підпис) _____ (прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ПР №1 Знаходження передатних функцій системи за диференційними рівняннями, що описують динаміку роботи системи.....	4
ПР №2 Структурні схеми та їх перетворення. Застосування правил перетворення структурних схем.....	14
ПР №3 Складання рівнянь системи автоматичного управління.....	21
ПР №4Визначення стійкості систем. Алгебраїчні критерії стійкості.....	23
ПР №5 Визначення стійкості систем. Частотні критерії стійкості.....	28
ПР №6 Ознайомлення з пакетом програм MATLAB. Дослідження характеристик типових динамічних ланок.....	31
ПР №7 Дослідження типових динамічних ланок у пакеті програм MATLAB, Simulink.....	44
ПР №8 Дослідження стійкості систем автоматичного управління.....	56
ПР №9 Дослідження точності статичної і астатичної САУ.....	63
ПР №10 Дослідження послідовних коригувальних пристроїв.....	76
ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА.....	84

Практична робота №1

Тема: Знаходження передатних функцій системи за диференційними рівняннями, що описують динаміку роботи системи

Мета: опанувати знаходження передатних функцій системи за диференційними рівняннями, що описують динаміку роботи системи

Теоретичні відомості

Лінійне диференційне рівняння з постійними коефіцієнтами

Зміна протягом часу вихідної величини САК у процесі керування, тобто динаміка системи автоматичного керування, як і динаміка будь якої іншої системи, описується диференційним рівнянням. Розв'язавши рівняння за певних початкових умов, ми знатимемо, що буде відбуватись із системою протягом усього часу її роботи. На основі цих знань проектують нові САК, визначають їх поведінку в процесі експлуатації, ремонтують і вдосконалюють системи у разі потреби. Всі характеристики системи відображаються у її диференційному рівнянні. Тому розв'язання диференційних рівнянь динаміки САК є основним методом вивчення їх роботи, аналізу експлуатаційних характеристик.

Одержане рівняння динаміки САК швидкістю обертання двигуна має такий вигляд:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^3 \omega(t)}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + a_2 \frac{d \omega(t)}{dt} + a_3 \omega(t) + \omega(t) = \\ = KU_{oz}(t) + b_0 \frac{d^2 M_f(t)}{dt^2} + b_1 \frac{d M_f(t)}{dt} + b_2 M_f(t) + b_3 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Завдання аналізу САК зводиться до розв'язання даного рівняння. До аналогічних рівнянь приводить розгляд інших САК. Оскільки завдання навчального предмету ТАК - навчитись аналізувати динаміку систем, то ми повинні розв'язувати такі рівняння. Запишемо рівняння у більш загальному вигляді. Позначимо вхідну величину системи як $x(t)$, а вихідну - $y(t)$ (див рис.1.1).



Рис. 1.1 – Вхідна і вихідна величини системи

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + a_2 y^{(n-2)}(t) + \dots + a_{n-1} y'(t) + y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \dots + b_{m-1} x(t) + b_m \quad (1.2)$$

Тут числом в дужках позначено порядок похідної, а саме:

$$y'(t) \equiv \frac{dy(t)}{dt}, \quad y^{(2)}(t) \equiv \frac{d^2 y(t)}{dt^2}, \quad \dots, \quad y^{(n-1)}(t) \equiv \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}}, \quad y^{(n)}(t) \equiv \frac{d^n y(t)}{dt^n},$$

$a_0, a_1, a_2 \dots a_n$; та $b_0, b_1, b_2, \dots b_m$ – постійні коефіцієнти.

Це лінійне неоднорідне диференціальне рівняння n -го порядку з постійними коефіцієнтами. У курсі математика ви вивчали методи вирішення таких рівнянь і нам потрібно тільки використати ці методи.

Математика – це мова природи. Всякі природні й технічні системи дають відповідь, зрозумілу на мові математики. Задаючи природі яке-небудь питання, ми завжди отримуємо відповідь, зрозумілу на мові математики. Чи ми кидаємо камінець під кутом до горизонту, чи запускаємо супутник, чи вмикаємо електричний двигун, чи будуємо Останкінську вишку – завжди результат наших дій можна передбачити, користуючись мовою математики. Робота інженера – це в першу чергу математичні розрахунки. Недаремно є поділ на інженера і техніка. Якщо завдання техніка – обслуговування технічних систем, їх ремонт, експлуатація, то завдання інженера – проектування таких систем, аналіз причин їх незадовільної роботи, розробка мір, які приведуть до бажаних результатів. І це не залежить від того, яка спеціальність інженера: електрик, механік, будівельник чи інший.

Наскільки складна мова математики? Це найпростіша мова з усіх людських мов. Єдині вимоги – це послідовність і акуратність у всіх відповідях. Вся будова математики складається з невеликої кількості цеглин. Їх потрібно досконало знати і вільно володіти ними. Закладаються вони в шкільному курсі математики. Якщо є де-небудь пропуск, щось пропущене, не зрозуміле, те що не пройшло через свідомість, то тоді виникають проблеми. Щоб проблем не було, потрібно послідовно, нічого не пропускаючи, вивчати матеріал. У навчальних посібниках матеріал викладається так, щоб не було самих маленьких незрозумілих речей.

Для опису динаміки роботи САК одержано неоднорідне лінійне диференціальне рівняння з постійними коефіцієнтами. Розв'язавши його, ми одержимо всі відповіді на

поведінку системи. Перш ніж приступити до розв'язання рівняння, згадаємо основні положення теорії диференціальних рівнянь.

Диференціальне рівняння – це рівняння, в якому встановлено знак рівності між певними функціями та їх похідними. На відміну від алгебраїчного рівняння, в якому порівнюють різні функції між собою, в диференційному рівнянні рівність встановлюється між функціями та їх похідними. Розв'язком алгебраїчного рівняння є точка на множині значень (чи ряд точок). Розв'язком диференційного рівняння є певна функція, або сукупність функцій. В ТАУ, електротехніці, механіці та інших технічних дисциплінах ця функція здебільшого є функцією часу. Розв'язок рівняння визначає поведінку системи в часі: тобто як, що і коли буде відбуватись із системою. Це не знахарство, коли гадалка скаже: буде те чи щось інше, а знання. Причому знання конкретні, точні, перевірені віковим досвідом людства. Рівняння складають на основі законів природи, число яких досить обмежене. Для електромеханічних систем це закони механіки і електротехніки, як правило, другий закон Ньютона (подекуди використовують формалізм Лапласа), закон Ома і правила Кірхгофа (у більш складних випадках деколи використовують рівняння Максвелла).

Неоднорідне диференціальне рівняння – це рівняння, в якому права частина не дорівнює нулю. Права частина диференційного рівняння визначає зовнішню дію на систему. Однорідне рівняння описує динаміку системи при умові, що зовнішня дія на неї відсутня, а неоднорідне - динаміку системи, коли є певна дія на систему. Слово динаміка, думаємо, зрозуміле – це опис поведінки системи протягом часу.

Лінійне рівняння – це рівняння, в якому функція і її похідні знаходяться тільки в першій степені, тобто відсутні квадрати функцій синуси від них косинуси, чи інші перетворення функцій. Лінійні рівняння описують динаміку лінійних систем. Поняття лінійних систем ми розглядали – це системи, для яких виконується принцип суперпозиції (див. у попередньому розділі).

Постійні коефіцієнти – це коефіцієнти, які не залежать від часу.

Правило з математики: Загальним розв'язком неоднорідного диференційного рівняння є сума загального розв'язку однорідного рівняння плюс будь-який частковий розв'язок неоднорідного рівняння.

Загальний розв'язок диференційного рівняння містить n постійних інтегрування. Кількість постійних інтегрування дорівнює порядку рівняння. Порядок рівняння визначається ступенем найвищої похідної, яка входить в рівняння. Загальний розв'язок об'єднує всі можливі розв'язки рівняння. Конкретний розв'язок визначають за початковими умовами. Початкових умов повинно бути рівно стільки, скільки є постійних інтегрування, тобто їх кількість дорівнює порядку диференційного рівняння. Наприклад, з фізики розв'язували рівняння руху тіла, яке має другий порядок. Для знаходження конкретного рішення використовували дві початкові умови, як правило, значення початкового положення та швидкості в початковий момент часу.

Схема САК на рис.1.1 показує, що вхідна величина системи є $x(t)$, а вихідна $y(t)$. У рівнянні (1.2) в ліву частину входить тільки вихідна величина $y(t)$ та її похідні, а в праву вхідна величина $x(t)$.

Розглянемо однорідне диференційне рівняння. Це є рівнянням рівняння, в якого права частина дорівнює нулю. Запишемо однорідне рівняння, яке відповідає нашому неоднорідному рівнянню (2):

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + a_2 y^{(n-2)}(t) + \dots + a_{n-1} y'(t) + y(t) = 0. \quad (1.3)$$

Це рівняння, як видно з рис.4.1, описує процеси в системі у випадку, коли відсутні зовнішні дії на неї. Тобто однорідне рівняння описує власні коливання системи. Розв'язання однорідного лінійного рівняння зі сталими коефіцієнтами не становить труднощів. Для його вирішення використовують підстановку Ейлера, а саме:

$$y(t) = \exp(pt). \quad (1.4)$$

Ця підстановка приводить розв'язання лінійного диференційного рівняння до алгебраїчного рівняння.

Зауважимо, що

$$\begin{aligned} y'(t) &= p \exp(pt), \\ y^{(2)}(t) &= p^2 \exp(pt) \\ y^{(n)}(t) &= p^n \exp(pt) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Зробимо підстановку. В результаті отримаємо

$$a_0 p^n \exp(pt) + a_1 p^{n-1} \exp(pt) + a_2 p^{n-2} \exp(pt) \dots + a_{n-1} p \exp(pt) + \exp(pt) = 0$$

Або після спрощення

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} \dots + a_{n-1} p + 1) \exp(pt) = 0 \quad (1.6)$$

Для того, щоб вираз (6) був рівний нулю, потрібно, щоб нулю дорівнював множник в дужках. Приходимо до рівняння

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} \dots + a_{n-1} p + 1) = 0. \quad (1.7)$$

Це звичайне алгебраїчне рівняння. У ньому p змінна величина. Розв'язавши рівняння (1.7) і підставивши розв'язок в (1.4), матимемо розв'язок однорідного диференційного рівняння (1.3).

Таким чином розв'язання однорідного диференційного рівняннями звели до розв'язання алгебраїчного рівняння (1.7). Рівняння (1.7) в математиці має назву **характеристичного рівняння**. У теорії диференціальних рівнянь, а також в ТАК дане рівняння відіграє важливу роль. Тому більш детально зупинимось на його розгляді.

Визначення структурної схеми САК

Структурна схема САК – це умовне графічне зображення системи автоматичного керування, яке служить для її математичного опису. На структурній схемі САК зображають у вигляді з'єднаних між собою динамічних ланок.

Динамічна ланка – це умовно виділена частина системи автоматичного керування, яка виконує найпростіші перетворення сигналів.

Динамічні ланки відповідають певним перетворенням сигналів у системі. Ці перетворення описують як правило засобами математики, а саме передатною функцією динамічної ланки. Зображають динамічні ланки прямокутником, всередині якого записують передатну функцію. В якості динамічних ланок виступають умовно виділені частини системи, в яких здійснюються найбільш прості перетворення сигналів. Динамічні ланки з'єднують між собою стрілками, які відповідають напрямку передачі сигналу від однієї ланки до іншої. Динамічні ланки є ланками направленої дії.

Ланкою направленої дії - це ланка, яка передає сигнал тільки в одному напрямку з входу на вихід і її властивості не залежать від інших ланок, з якими вона з'єднана.

Ланка направленої дії це певна ідеалізація. Фактично немає таких ланок, щоб на них не впливали інші ланки. Наприклад, у розглянутій нами САК обертами двигуна постійного струму двигун впливає на роботу генератора і напруга на виході генератора U_g , приєднаного до двигуна U_d , дещо відрізняється від напруги холостого ходу генератора U_g . Але ми цим впливом нехтували і вважали $U_g \approx U_d$. У випадках, коли впливом іншої ланки не можна нехтувати, реальну ланку можна подати у вигляді двох ланок направленої дії, з'єднаних зустрічно–паралельно, як це показано на рис.5.1.

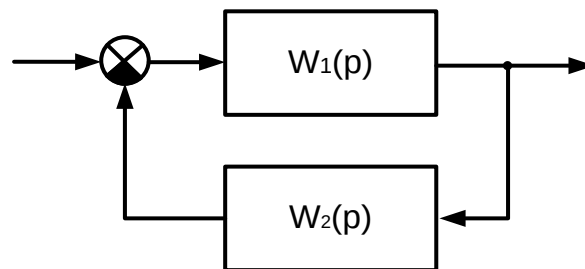


Рис. 5.1 – Заміна однієї реальної ланки двома ланками направленої дії

Умовні позначення, прийняті для структурних схем, показані на рис 5.2. Це:

- динамічна ланка – прямокутник, в середині якого записана Передатна функція;
- сигнал, що передається від однієї ланки до іншої – стрілка з вказівкою напрямку передачі сигналу;
- розгалуження сигналів – стрілка, що відгалужується від іншої стрілки;
- злиття сигналів – суматор у вигляді кружка, поділеного на сектори, причому не зафарбованому сектору відповідає сигнал зі знаком “+”, а зафарбованому – зі знаком “-”.

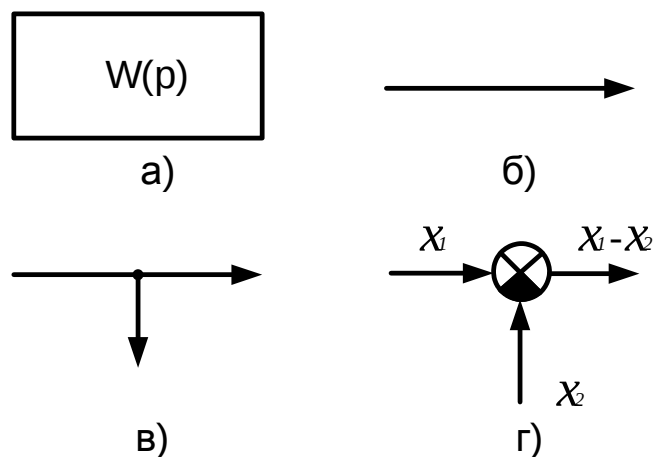


Рис. 5.2 – Умовні позначення для на структурних схем

а – динамічна ланка; б – сигнал, що передається від однієї ланки до іншої; в – розгалуження сигналів; г – злиття сигналів (суматор)

Типи динамічних ланок

У системах автоматичного керування використовують цілий ряд типів динамічних ланок. Тип динамічної ланки визначається процесами перетворення інформації, які ці ланки забезпечують. Ці процеси перетворення сигналів описують певними диференціальними рівняннями. Різних типів динамічних ланок можна нарахувати кілька десятків. Проте найбільш важливими і вживаними є шість ланок, а саме:

- підсилювальна динамічна ланка,
- аперіодична (інерційна),
- коливальна (аперіодична ланка II порядку),
- диференціальна,
- реальна диференціальна,
- інтегруюча.

Підсилювальна ланка – це найпростіша динамічна ланка. Вона підсилює сигнал, або перетворює його з однієї фізичної величини в іншу. Рівняння такої ланки можна записати так:

$$\bullet \quad y(t) = K x(t). \quad (5.1)$$

Передатна функція ланки

$$\bullet \quad W(p) = K. \quad (5.2)$$

- Тут K – коефіцієнт підсилення, або коефіцієнт передачі.

Аперіодична ланка (інерційна ланка, аперіодична ланка першого порядку). Ланка, яка описується диференціальним рівнянням

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K x(t). \quad (5.3)$$

Передатна функція ланки

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1}. \quad (5.4)$$

Тут K – коефіцієнт підсилення,

T – постійна часу.

Коливальна ланка Динаміка ланки описується рівнянням

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2T\varepsilon \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K x(t) \quad (5.5)$$

Передатна функція

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2T\varepsilon p + 1}, \quad (5.6)$$

де K – коефіцієнт підсилення;

T – постійна часу;

ε – постійна затухання коливань.

Аперіодична ланка II порядку Це та ж коливальна ланка, яка розглянуто раніше, але при умові, що затухання в ній велике і коливання не виникають. Коливальна ланка, яка відповідає рівнянню (5.5), стає аперіодичною ланкою II порядку, якщо постійна затухання більша 1. Тобто при умові $D > 1$ коливальна ланка перетворюється в аперіодичну ланку другого порядку. І навпаки при $D < 1$ аперіодична ланка II порядку стає коливальною. Досить часто не підкреслюють, чи ланка є коливальною, чи аперіодичною ланкою другого порядку, а говорять тільки про коливальні ланки, оскільки вони описуються одним і тим же рівнянням і можуть бути однаковими за конструкцією, відрізняючись тільки своїми характеристиками. Важливо відмітити, що характеристичне рівняння коливальної ланки має два комплексно спряжені корені, а аперіодичної ланка другого порядку – два дійсні корені. Аперіодична ланка другого порядку може бути представлена як послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок першого порядку, що не можна зробити для чисто коливальної ланки.

Диференційна ланка. Ланка, вихідна величина якої дорівнює швидкості зміни вхідної величини. Вона описується диференціальним рівнянням:

$$y(t) = K \frac{dx(t)}{dt}. \quad (5.7)$$

Передатна функція диференційної ланки:

$$W(p) = Kp \quad (5.8)$$

Реальна диференційна ланка описується рівнянням

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \frac{dx(t)}{dt}. \quad (5.9)$$

Передатна функція ланки

$$W(p) = \frac{Kp}{Tp + 1}. \quad (5.10)$$

Тут K – коефіцієнт підсилення,

T – постійна часу.

Інтегруюча ланка. Рівняння динаміки інтегруючої ланки

$$\frac{dy(t)}{dt} = K x(t). \quad (5.11)$$

Передатна функція

$$W(p) = \frac{K}{p}. \quad (5.12)$$

Тут K – коефіцієнт підсилення,

З формули (5.11) видно, що вихідний сигнал пропорційний інтегралу від вхідного сигналу. Справді, з (5.11), якщо виконати почленне інтегрування, отримаємо

$$y(t) = K \int x(t) dt. \quad (5.13)$$

Зміст звіту

1. Задано оператор лінійної стаціонарної системи

А) Визначити передатну функцію $W(p)$ усієї системи;

№	Математична модель системи	№	Математична модель системи
1	$0,03 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,5 \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$	14	$0,01 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,1 \frac{dy(t)}{dt} = 100 \frac{dx(t)}{dt} + 10x(t)$
2	$0,4 \frac{dx(t)}{dt} + y(t) = 4 \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$	15	$\frac{dy(t)}{dt} = 0,5 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2,5 \frac{dx(t)}{dt} + 50x(t)$
3	$0,0004 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,04 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$	16	$0,5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 100 \frac{dx(t)}{dt} - 0,1x(t)$
4	$0,0625 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = 10x(t)$	17	$2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 6 \frac{dx(t)}{dt} + 20x(t)$
5	$0,0025 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 0,02 \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = 30x(t)$	18	$0,1 \frac{dy(t)}{dt} + 0,1y(t) = 10 \frac{dx(t)}{dt} + 10x(t)$
6	$50 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 25 \frac{dx(t)}{dt} + 100x(t)$	19	$0,1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0,1 \frac{dx(t)}{dt}$
7	$0,04 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - y(t) = 10x(t)$	20	$0,025 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5x(t)$
8	$10 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0,1 \frac{dx(t)}{dt} + 10x(t)$	21	$2 \frac{dy(t)}{dt} = 1,6 \frac{dx(t)}{dt} + 0,8x(t)$
9	$0,0009 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0,09 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 20x(t)$	22	$\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 2,5 \frac{dx(t)}{dt} + 0,5x(t)$
10	$0,1 \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = 10 \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$	23	$0,64 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 20x(t)$

2. Задано вхідний і вихідний сигнали:

1	$x(t) = e^{-0.5t} + 1 + \sin 0.5t$ $y(t) = 2$	9	$x(t) = 2 + \sin 3t$ $y(t) = 2t$
2	$x(t) = 1 - e^{-0.2t}$ $y(t) = \cos 3t + 5$	10	$x(t) = 2t + 3e^{5t}$ $y(t) = 5 + \sin 0.5t$
3	$x(t) = e^{-4t} + \cos 5t$ $y(t) = 4$	11	$x(t) = 2$ $y(t) = 5t + e^{-0.5t}$
4	$x(t) = 2t + 3e^{5t}$ $y(t) = 5 + \cos 0.5t$	12	$x(t) = e^{-4t} + \sin 0.5t$ $y(t) = 2t$
5	$x(t) = 4$ $y(t) = 3t + e^{-0.1t}$	13	$x(t) = 4$ $y(t) = 3t + e^{-0.1t}$

6	$x(t)=3t+\sin 0.5t$ $y(t)=2$	14	$x(t)=2t+e^{-3t}$ $y(t)=4t+\cos 0.5t$
7	$x(t)=t+4e^{5t}$ $y(t)=5t+\cos 0.5t$	15	$x(t)=1-e^{-0.5t}$ $y(t)=\cos 0.5t+1$
8	$x(t)=e^{-4t}+\sin 5t$ $y(t)=2$	16	$x(t)=5$ $y(t)=t+e^{-0.1t}$

А) Знайти передатну функцію всієї системи;

Б)Визначити параметри системи

Контрольні питання

1. Який стандартний вигляд диференційного рівняння прийнято в ТАК?
2. Дайте визначення передаточної функції.
3. Запишіть передаточну функцію за відомим диференціальним рівнянням.
4. Запишіть диференціальне рівняння за відомою передаточною функцією динамічних ланок.
5. Знайдіть за допомогою математичних таблиць зображення найпростіших функцій ($x = 1$; $x = t$; $x = t^2$; $x = \sin(\omega t)$).

Практична робота №2

Тема: Структурні схеми та їх перетворення. Застосування правил перетворення структурних схем

Мета: навчитися виконувати спрощення структурних схем із застосування правил перетворення

Теоретичні відомості.

Структурна схема САК – це умовне графічне зображення системи автоматичного керування, яке служить для її математичного опису. На структурній схемі САК зображають у вигляді з'єднаних між собою динамічних ланок.

Динамічна ланка – це умовно виділена частина системи автоматичного керування, яка виконує найпростіші перетворення сигналів.

Динамічні ланки відповідають певним перетворенням сигналів у системі. Ці перетворення описують як правило засобами математики, а саме передатною функцією динамічної ланки. Зображають динамічні ланки прямокутником, всередині якого записують передатну функцію. В якості динамічних ланок виступають умовно виділені частини системи, в яких здійснюються найбільш прості перетворення сигналів. Динамічні ланки з'єднують між собою стрілками, які відповідають напрямку передачі сигналу від однієї ланки до іншої. Динамічні ланки є ланками направленої дії.

Ланкою направленої дії - це ланка, яка передає сигнал тільки в одному напрямку з входу на вихід і її властивості не залежать від інших ланок, з якими вона з'єднана.

У системах автоматичного керування використовують цілий ряд типів динамічних ланок. Тип динамічної ланки визначається процесами перетворення інформації, які ці ланки забезпечують. Ці процеси перетворення сигналів описують певними диференціальними рівняннями. Різних типів динамічних ланок можна нарахувати кілька десятків. Проте найбільш важливими і вживаними є шість ланок, а саме:

- підсилювальна динамічна ланка,
- аперіодична (інерційна),
- коливальна (аперіодична ланка II порядку),
- диференціальна,
- реальна диференціальна,
- інтегруюча.

Структурна схема відображає типи динамічних ланок, з яких складається система, та способи їх з'єднання. Динамічні ланки можуть бути з'єднаними між собою різними способами. Способів з'єднання динамічних ланок є всього три, а саме:

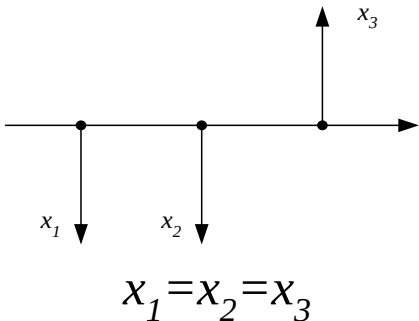
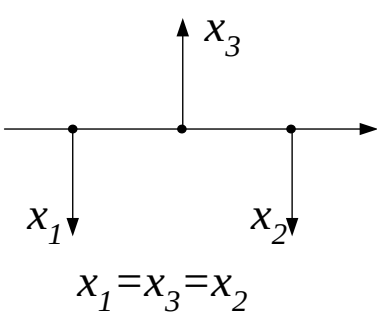
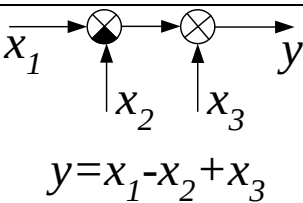
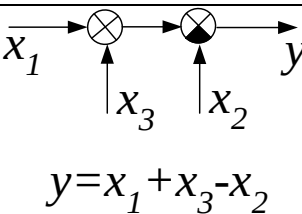
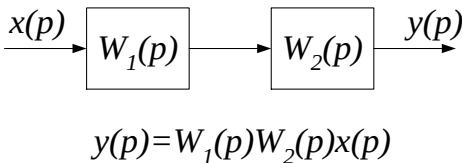
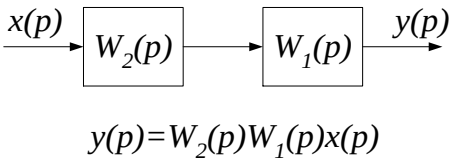
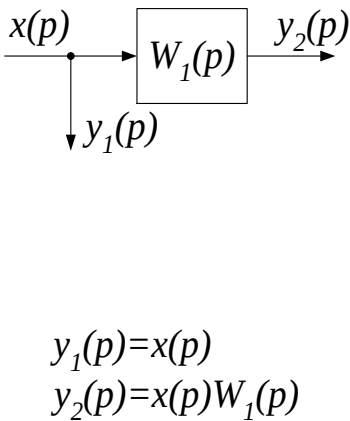
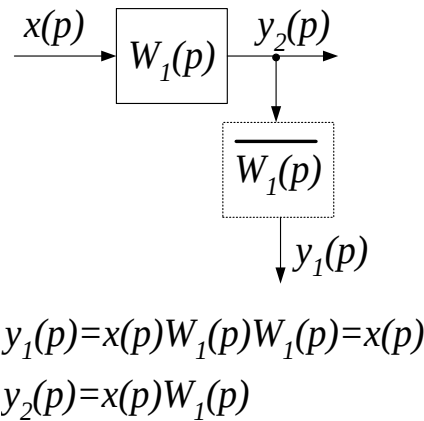
- послідовне,
- паралельне,
- зустрічно-паралельне (з'єднання зі зворотнім зв'язком).

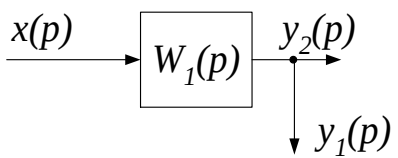
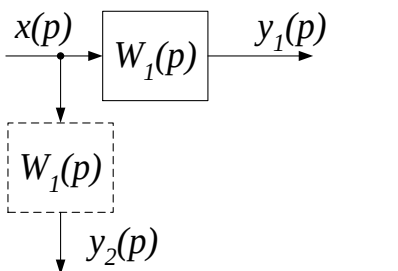
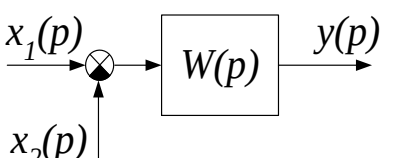
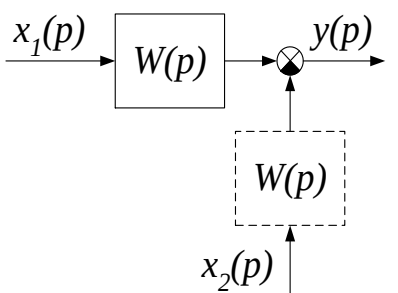
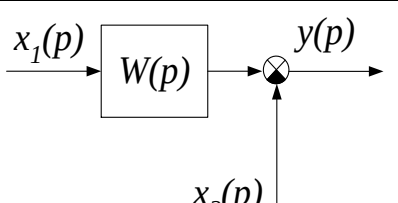
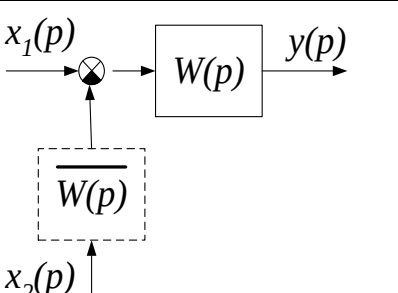
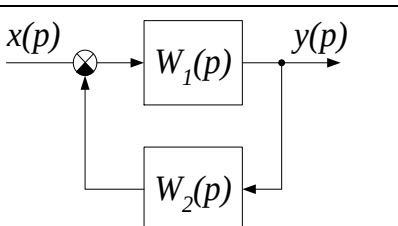
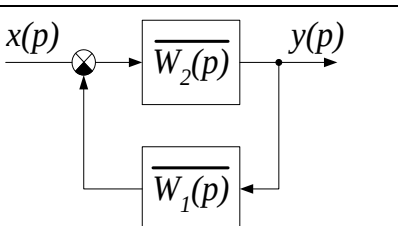
Маючи складну САК, під час її аналізу потрібно розрахувати її передаточну функцію. Правила заміни паралельного, послідовного, зустрічно-паралельного з'єднань однією ланкою дозволяють це зробити.

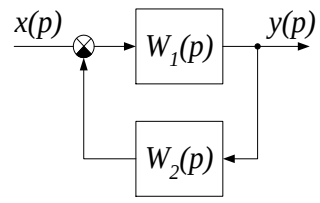
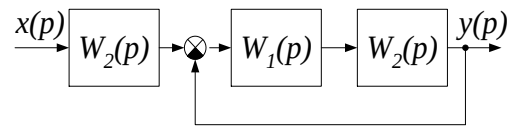
Правило перетворення структурних схем. У структурних схемах допускається переміщувати вузли й суматори сигналів із входу ланки на її вихід, чи навпаки, додаючи при цьому фіктивні ланки, з тим розрахунком, щоб сигнали реальних ланок залишались незмінними. Розглянемо це правило для різних варіантів перетворення і запишемо правила перетворення для кожного варіанта у вигляді таблиці.

Позначимо рискою ланку зворотної дії, а саме $\overline{W(p)} = \frac{1}{W(p)}$

Таблиця 2 – Правила перетворення структурних схем

№ п/п	Операція	Вихідна схема	Еквівалентна схема
1	Перестановка вузлів	 $x_1 = x_2 = x_3$	 $x_1 = x_3 = x_2$
2	Перестановка суматорів	 $y = x_1 - x_2 + x_3$	 $y = x_1 + x_3 - x_2$
3	Перестановка ланок	 $y(p) = W_1(p)W_2(p)x(p)$	 $y(p) = W_2(p)W_1(p)x(p)$
4	Перенесення вузла зі входу ланки на її вихід	 $y_1(p) = x(p)$ $y_2(p) = x(p)W_1(p)$	 $y_1(p) = x(p)W_1(p)\overline{W_1(p)} = x(p)$ $y_2(p) = x(p)W_1(p)$

5	Перенесення вузла із виходу ланки на її вхід	 $y_1(p) = x(p)W_1(p)$ $y_2(p) = x(p)W_1(p)$	 $y_1(p) = x(p)W_1(p)$ $y_2(p) = x(p)W_1(p)$
6	Перенесення суматора зі входу ланки на її вихід	 $y(p) = (x_1(p) - x_2(p))W(p)$	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)W(p)$
7	Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)$	 $y(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)\overline{W(p)}W(p) = x_1(p)W(p) - x_2(p)$
8	Заміна ланок прямого і зворотного зв'язку	 $y(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}$	 $y(p) = \frac{\overline{W_2(p)}}{1 + \overline{W_2(p)}\overline{W_1(p)}} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}$

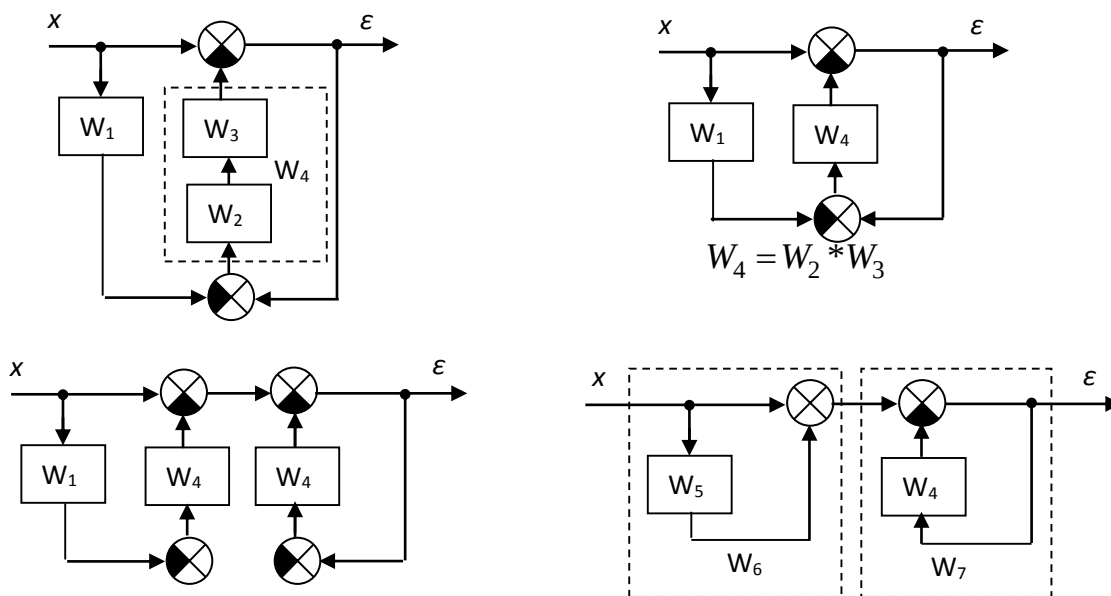
9	Перехід до одиничного зворотного зв'язку	 $y(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} x(p)$	 $y(p) = W_2(p) \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} x(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} x(p)$
---	---	---	--

1. Перестановка вузлів. Вузли можна переставляти, оскільки при відгалуженні сигнали у всіх відгалуженнях однакові
2. Перестановка суматорів. Зображення сигналів підлягає адитивному закону і при перестановці доданків сума не міняється.
3. Перестановка ланок. Аналогічно попередньому випадку. Добуток передаточних функцій при перестановці не змінюється.
4. Перенесення вузла зі входу ланки на її вихід. При перенесенні вузла зі входу ланки на вихід потрібно додати фіктивну ланку зворотної дії. Оскільки відгалужений сигнал перед ланкою не змінюється нею, а після ланки він змінився, то щоб компенсувати цю зміну, треба на шляху відгалуженого сигналу ввести фіктивну ланку зворотної дії.
5. Перенесення вузла з виходу ланки на її вхід. У цьому випадку потрібно додати ланку прямої дії, оскільки відгалужений сигнал на вході ланки не був перетворений цією ланкою як на вихідній схемі.
6. Перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. У даному разі потрібно долучити фіктивну ланку прямої дії, оскільки у вихідній схемі сума обох сигналів проходить через динамічну ланку.
7. Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід. Це перетворення потребує введення фіктивної ланки зворотної дії, яка б компенсувала перетворення сигналу $x_2(p)$, яке відбувається в динамічній ланці після перенесення суматора.

8. Заміна ланок прямого і зворотного зв'язку. Дане перетворення здійснюється шляхом заміни ланок ланками зворотної дії. Наведені розрахунки показують еквівалентність обох схем.

9. Перехід до одиничного зворотного зв'язку. Одиничний зворотній зв'язок - це зв'язок, при якому сигнал з виходу системи подається на її вхід без зміни. Такий перехід доводиться виконувати при визначенні точності системи. Еквівалентна схема показана в табл. 2. Наведені розрахунки доводять, що еквівалентна схема виконує ті ж перетворення сигналу, що і вихідна схема.

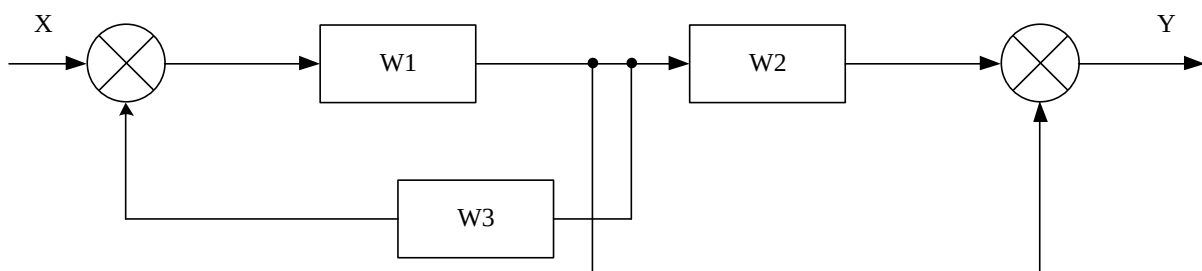
Окремі випадки



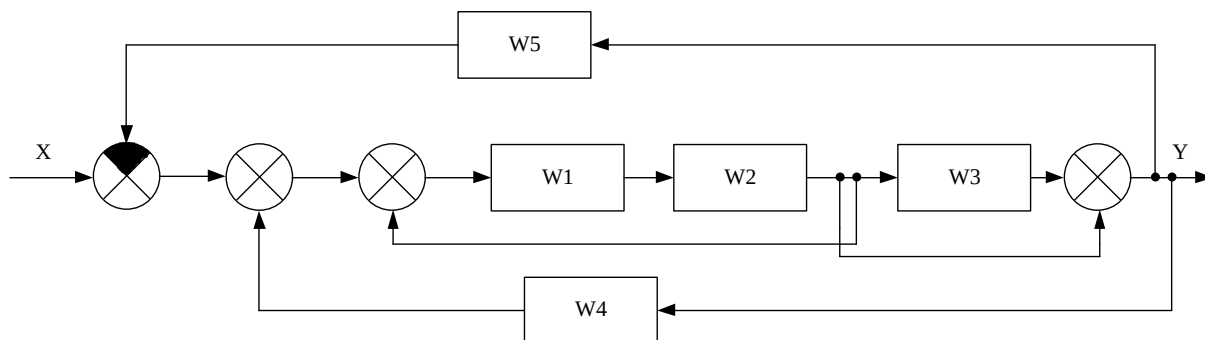
$$W_5 = W_1 * W_4 \quad W_6 = 1 + W_5; \quad W_7 = \frac{1}{1 + W_4}; \quad W_{x\varepsilon} = W_6 * W_7.$$

Зміст звіту

1. Спростити схему та привести передатну функцію за варіантом



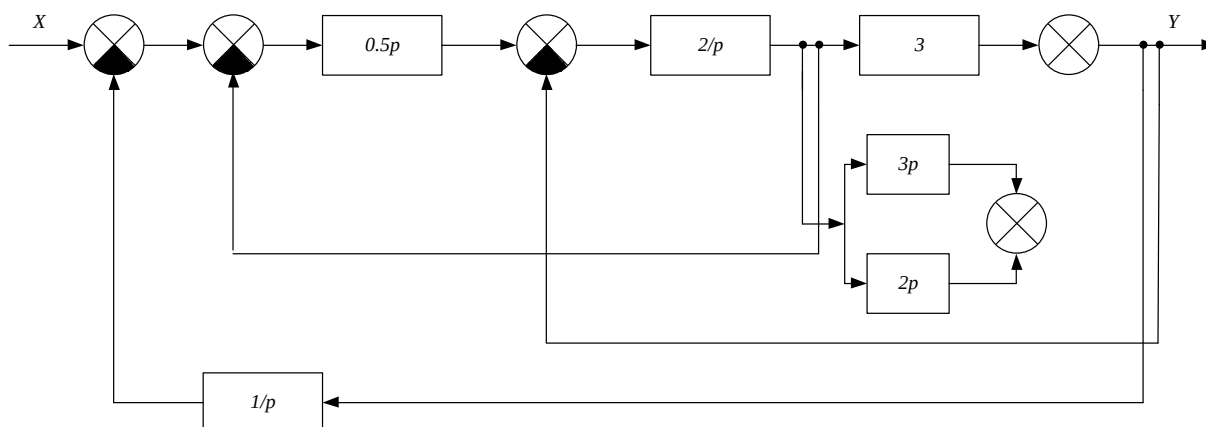
2. Спростити схему та привести передатну функцію за варіантом



Варіанти

<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
$W_1 = 1.2/(2p+1)$	$W_1 = 3/p$	$W_1 = 2.3p+1$	$W_1 = 2p$
$W_2 = 1.5p$	$W_2 = p+4$	$W_2 = 1/p$	$W_2 = 0.5/p$
$W_3 = 5p+1$	$W_3 = 1.5p/(p+1)$	$W_3 = p+3$	$W_3 = 2p+5$
$W_4 = 2/p$	$W_4 = (p+1.2)/p$	$W_4 = 2/p$	$W_4 = 3$
$W_5 = 1/p$	$W_5 = 1.2p$	$W_5 = 3p$	$W_5 = p/(p+4)$

3. Знайти передатну функцію



Контрольні питання:

1. Сформулюйте правила перенесення відгалужень зі входу ланки на її вихід і навпаки.
2. Чому дорівнює Передатна функція паралельно з'єднаних ланок?
3. Чому дорівнює Передатна функція послідовно з'єднаних ланок?
4. Запишіть формулу передаточної функції ланок зі зворотнім зв'язком.

5. Дайте визначення передатної функції ланки.
6. Які типи з'єднань динамічних ланок використовують у структурних схемах САК?
7. Які типи динамічних ланок ви знаєте?
8. Дайте визначення структурної схеми.
7. Для чого призначена структурна схема САК?

Практична робота №3

Тема: Складання рівнянь системи автоматичного управління

Мета: Навчитися складати рівняння системи автоматичного управління

Теоретичні основи

Формули передатних функцій

1. Передатна функція з керуючої дії для розімкнутої системи:

$$W(p)=B(p)/A(p)$$

2. Передатна функція з заперечуючої дії для розімкнутої системи:

$$W_f(p)=C(p)/A(p)$$

3. Передатна функція з керуючої дії для замкнутої системи:

$$R(p)=B(p)/D(p)$$

4. Передатна функція з заперечуючої дії для замкнутої системи:

$$R_f(p)= C(p)/D(p)$$

5. Передатна функція з керуючої дії для помилок:

$$E(p)= A(p)/D(p)$$

6. Передатна функція з заперечуючої дії для помилок:

$$E_f(p)= C(p)*k_{oc}(p)/D(p)$$

$A(p)$ – поліном розімкненої системи

$B(p)$ – поліном керуючої дії розімкненої автоматичної системи

$C(p)$ – поліном заперечуючої дії автоматичної системи

$D(p)$ – характеристичний поліном замкнутої автоматичної системи

$K_{oc}(p)$ – передатна функція зворотнього зв'язку

$$D(p) = A(p) + k_{oc}(p) * B(p)$$

Рівняння для розімкненої автоматичної системи, для замкненої автоматичної системи та помилок:

$$X(p) = W(p)X(p) + W_f(p)F(p)$$

$$Y(p) = R(p)X(p) + R_f(p)F(p)$$

$$\mathcal{E}(p) = E(p)X(p) + E_f(p)F(p)$$

$W(p), R(p), E(p)$ – головні оператори автоматичної системи

$W_f(p), R_f(p), E_f(p)$ – оператори автоматичної системи, які залежать від заперечуючої дії

Зв'язки між головними операторами:

$$R(p) = W(p) / (1 + K_{oc}(p)W(p))$$

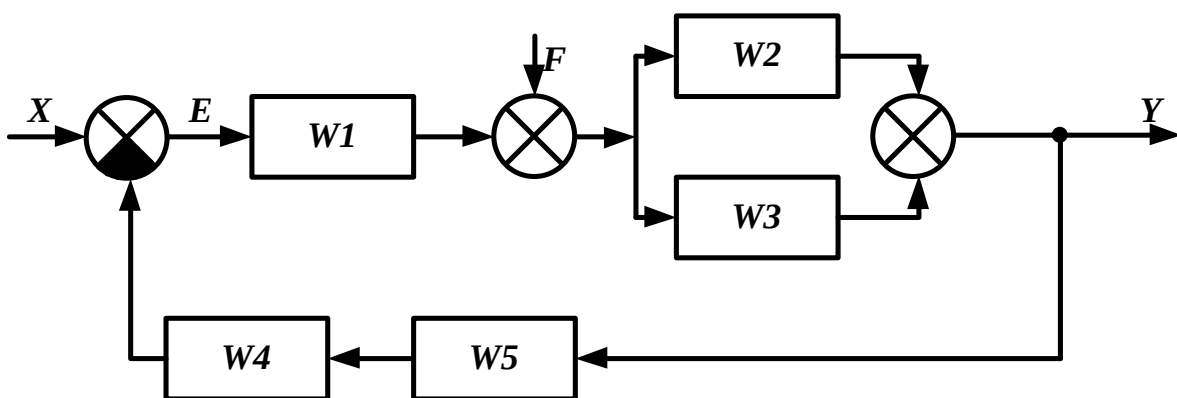
$$W(p) = R(p) / (1 - K_{oc}(p)R(p))$$

$$E(p) = 1 / (1 + K_{oc}(p)W(p)) = 1 - K_{oc}(p)R(p)$$

Зміст звіту

1. Скласти рівняння заданої автоматичної системи управління

$W_1=2; W_2=0.5p; W_3=3p; W_4=0.5; W_5=2/5$.



Контрольні запитання:

1. Запишіть рівняння для розімкненої автоматичної системи, для замкненої автоматичної системи та помилок

2. Назвіть головні оператори та оператори заперечуючої дії. Від чого вони залежать?
3. Вкажіть зв'язки між головними операторами.

Практична робота №4

Тема: Визначення стійкості систем. Алгебраїчні критерії стійкості.

Мета: Навчитися використовувати алгебраїчні та частотні критерії стійкості для визначення стійкості системи

Теоретичні відомості

Однією з найважливіших характеристик САУ є стійкість. Причому, якщо показники точності визначають ступінь корисності і ефективності системи, то від стійкості залежить працездатність системи. Система, що не володіє стійкістю, взагалі не здатна виконувати функції керування і має нульову або навіть негативну ефективність (тобто система шкідлива). Нестійка система може привести керований об'єкт в аварійний стан. Тому проблема стійкості систем є однією з центральних в ТАУ.

Стійкість автоматичної системи - це властивість системи повертатися в початковий стан рівноваги після припинення впливу, що вивів систему з цього стану рівноваги. Нестійка система не повертається в початковий стан, а безперервно віддаляється від нього.



Згідно даному вище фізичному визначенню стійкість визначається характером руху системи, коли впливи, що вивели її із стану рівноваги, припинили діяти або змінюватися в часі. Такий рух системи називають *вільним*. Він відбувається за рахунок внутрішньої енергії самої системи і залежить тільки від її властивостей (параметрів).

Вільний рух лінійної або лінеаризованої САУ описується однорідним диференціальним рівнянням

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + a_{n-2} \frac{d^{n-2} y(t)}{dt^{n-2}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0 \quad (1)$$

$y(t) = y_c(t)$ – вільна складова вихідної величини системи.

Вимушена складова вихідної величини, що залежить від виду зовнішнього впливу і відповідно від правої частини диференціального рівняння системи, на стійкість лінійної системи не впливає.

З математичної точки зору система є стійкою, якщо вільна складова $y_c(t)$ перехідного процесу з часом прагне до нуля: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = 0$.

Якщо вільна складова необмежено зростає: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = \infty$, то система не стійка.

Якщо вільна складова не прагне ні до нуля, ні до нескінченності, то система знаходиться на межі стійкості: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_c(t) = \text{const}$.

Вільна складова вихідної величини може бути знайдена як розв'язання відповідного однорідного диференціального рівняння (1) у вигляді суми:

$$y_{cv}(t) = \sum_{k=1}^n C_k e^{p_k t} \quad (2)$$

де C_k – постійні інтеграції, залежні від початкових умов;

p_k - корні характеристичного рівняння $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = 0$.

Загальна умова стійкості:

- для стійкості лінійної САК необхідне і достатньо, щоб дійсні частини усіх коренів характеристичного рівняння системи були негативними.

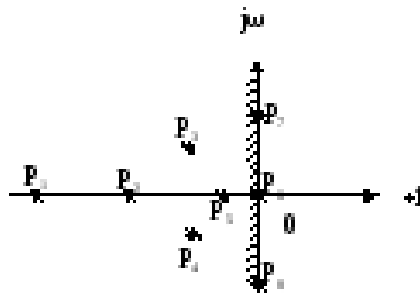
- для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб всі корені характеристичного рівняння знаходилися в лівій півплощині комплексної площини коренів.

Наявність хоч би одного правого кореня робить систему нестійкою.

Стійкість системи залежить тільки від виду кореня характеристичного рівняння і не залежить від характеру зовнішніх впливів на систему. Стійкість є внутрішня властивість системи, що властива їй незалежно від зовнішніх умов.

Необхідна умова стійкості полягає в тому, що в стійкій системі керування дійсні корені характеристичного рівняння та дійсні частини комплексних спряжених коренів мають бути від'ємними.

Якщо хоча б один корінь буде мати додатну дійсну частину, то відповідний йому член наведеної формули стане розбіжним й система виявиться нестійкою. Якщо відобразити розташування коренів на комплексній площині, то вони повинні розташуватися в лівій напівплощині відносно уявної осі. Уявну вісь, яка розмежовує області стійких та нестійких систем, називають межею стійкості.



Система керування (при відсутності додатних дійсних частин коренів характеристичного рівняння) може знаходитися на межі стійкості у двох випадках:

Якщо є хоча б один нульовий корінь (p_6), така система називається нейтральною. В такій системі може установити любе значення керованої величини.

Якщо є хоча б одна пара чисто уявних кореня ($p_{7,8}$) (з нульовою дійсною частиною), то в такій системі встановлюються незатухаючі коливання з постійною амплітудою. В такому випадку межа стійкості називається коливальною межею стійкості.

Існує декілька критеріїв, але з математичної точки зору вони всі еквівалентні.

Всі критерії поділяються на дві групи:

- алгебраїчні;
- частотні.

1. Алгебраїчні критерії

Визначають сукупність алгебраїчних нерівностей, що описують зв'язки між коефіцієнтами характеристичного рівняння системи.

Критерій Рауса(1877р.)

Хай є характеристичне рівняння системи:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

Складається таблиця (матриця) Рауса:

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_2 & a_4 & . \\ a_1 & a_3 & a_5 & . \\ b_0 & b_2 & b_4 & . \\ b_1 & b_3 & b_5 & . \\ c_0 & c_2 & c_4 & . \\ . & . & . & . \end{vmatrix}$$

Число строчок матриці дорівнює $n+1$.

Коефіцієнти утворюються за наступним правилом:

$a_0; a_1; a_2 \dots a_n$ – коефіцієнти характеристичного рівняння.

$$b_0 = a_2 - a_0 a_3 / a_1 = a_2 - \lambda_1 a_3; \quad b_2 = a_4 - \lambda_1 a_5 \text{ і т.д.}$$

$$b_1 = a_3 - a_1 b_0 / b_2 = a_3 - \lambda_2 b_2; \quad b_3 = a_5 - \lambda_2 b_4; \quad b_5 = a_7 - \lambda_2 b_6 \text{ і т.д.}$$

$$c_0 = b_2 - b_0 b_3 / b_1 \text{ і т.д.}$$

Критерій формулюється таким чином: для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти першого стовпчика таблиці були позитивними.

Критерій Гурвіца (1895р.)

Базується на визначенні табличного запису коефіцієнтів характеристичного рівняння:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

і формулює умову стійкості в залежності від знаків визначників.

Визначник Гурвіца складається таким чином: коефіцієнти від a_1 до a_n розташовуються за головною діагоналею в порядку зростання. Вверх від головної діагоналі в стовпчиках записують коефіцієнти з послідовно зростаючими індексами, а вниз – з індексами, що зменшуються. На місцях коефіцієнти, індекси яких $> n$ та < 0 проставляють 0.

$$\Delta n \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & . & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & . & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & a_n \end{vmatrix}$$

Критерій встановлює, що система стійка тоді та тільки тоді, коли всі діагональні мінори більше нуля, тобто співпадають за знаком з першим коефіцієнтом a_0 .

$$\Delta_0 = a_0 > 0; \Delta_1 = a_1 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; ; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0; ; \dots$$

$$\Delta_n > 0.$$

Критерій Гурвіца застосовують для рівнянь до п'ятого порядку.

Порівняння критеріїв Рауса та Гурвіца показує, що перший має алгоритмічний характер (елементи з'являються в результаті розрахунку), а другий – замкнуту форму. Раніше частіше використовувався критерій Гурвіца. З появою цифрових обчислювальних машин, для лінійних систем високого порядку, застосовують критерій Рауса.

Зміст звіту

1. Визначити чи стійка система за алгебраїчним критерієм

А) $4p^3 + 2p^2 - p + 1 = 0$

Б) $p^5 + 2p^4 + 3p^3 + p^2 + 1 = 0$

В)
$$W(p) = \frac{4p + 1}{p^4 + 2p^3 + p^2 + 1}.$$

Контрольні запитання

1. Поясніть поняття стійкості САК.
2. Поняття збуреного та незбуреного руху.
3. Сформулюйте поняття стійкості лінійних САК за Ляпуновим.
4. Що таке асимптотична стійкість?
5. Сформулюйте необхідні та достатні умови стійкості систем з характеристичним поліномом першого та другого порядків.
6. Що можна сказати про стійкість лінійної САК, якщо один корінь характеристичного рівняння чисто уявний, а решта – ліві?
7. Що таке критерії стійкості та чим викликана необхідність їх використання?
8. Які критерії належать до алгебраїчних?
9. Сформулюйте критерій стійкості Гурвіца.
10. Що таке граничний коефіцієнт підсилення?

Практична робота №5

Тема: Визначення стійкості систем. Частотні критерії стійкості.

Мета: Навчитися використовувати частотні критерії стійкості для визначення стійкості системи

Теоретичні відомості

Частотні критерії

Належать до графо-аналітичних методів. Стійкість системи оцінюється за характером годографа частотної характеристики. Дані критерії придатні для аналізу рівнянь будь-якого порядку. Методика визначення стійкості за частотними критеріями справедлива для систем з *розподіленими* та *зосередженими* параметрами, а також для систем з *запізненням*.

Критерій Михайлова (1938р.)

Характеристичне рівняння будь-якого ступеня $G(p)=0$ можна подати у вигляді комплексного поліному. Після підстановки $p=j\omega$ і розподілу дійсної та уявної частин, отримаємо:

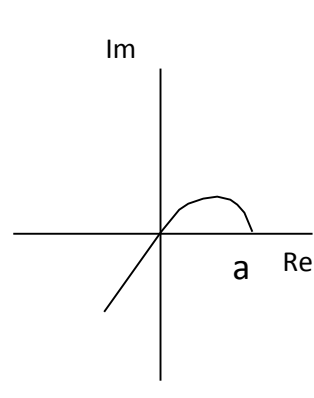
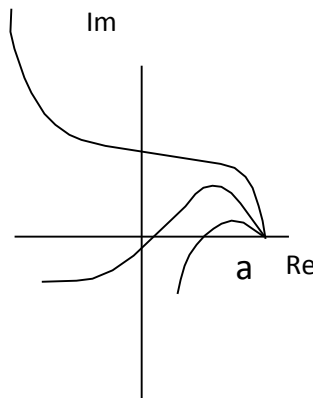
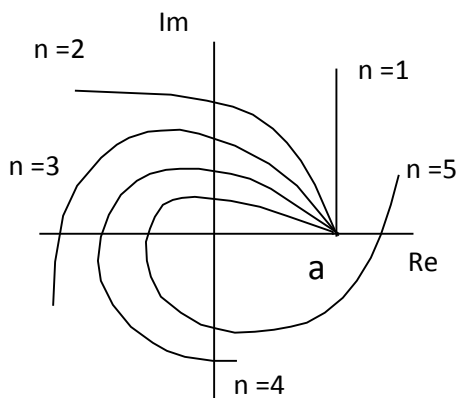
$$G(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega).$$

А.В. Михайлов довів, що для стійкості системи необхідно та достатньо, щоб при зміні кутової частоти ω від 0 до ∞ годограф, що описується кінцем вектора $G(j\omega)$, починався на дійсній додатній напіввісі та, обертаючись тільки проти годинникової стрілки, ніде не перетворювався в нуль, проходив послідовно число квадрантів, що дорівнює ступені n характеристичного рівняння, повертаючись на кут $n\pi/2$.

стійкі

нестійкі

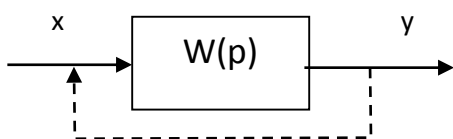
на межі стійкості



Критерій Найквіста (1932р.)

Дає змогу робити висновок про стійкість замкнутої системи за амплітудно-фазовою характеристикою цієї самої системи в розімкнутому стані.

Хай є розімкнута система.



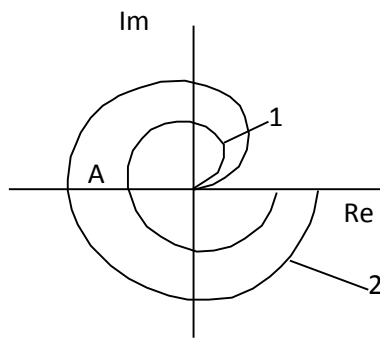
Рівняння $G(p) = H(p)x$. Якщо замкнути систему ($x = -y$), отримаємо рівняння замкнутої системи $E(p) = [G(p) + H(p)]y = 0$. Заміняючи p на $j\omega$, отримаємо

$$T(j\omega) = \frac{E(j\omega)}{G(j\omega)} = 1 + W(j\omega)$$

Поліном $E(p)$ (оператор замкненої системи) має стільки ж коренів, що і поліном $G(p)$. Аналіз замкненої системи в розімкнутому стані показує, що вона може бути стійкою або нестійкою.

Система, що стійка в розімкнутому стані, буде стійкою і в замкнутому стані, якщо амплітуднофазова частотна характеристика цієї системи в розімкнутому стані не охоплює точку з координатами $[-1;j0]$.

$A[-1;j0]$



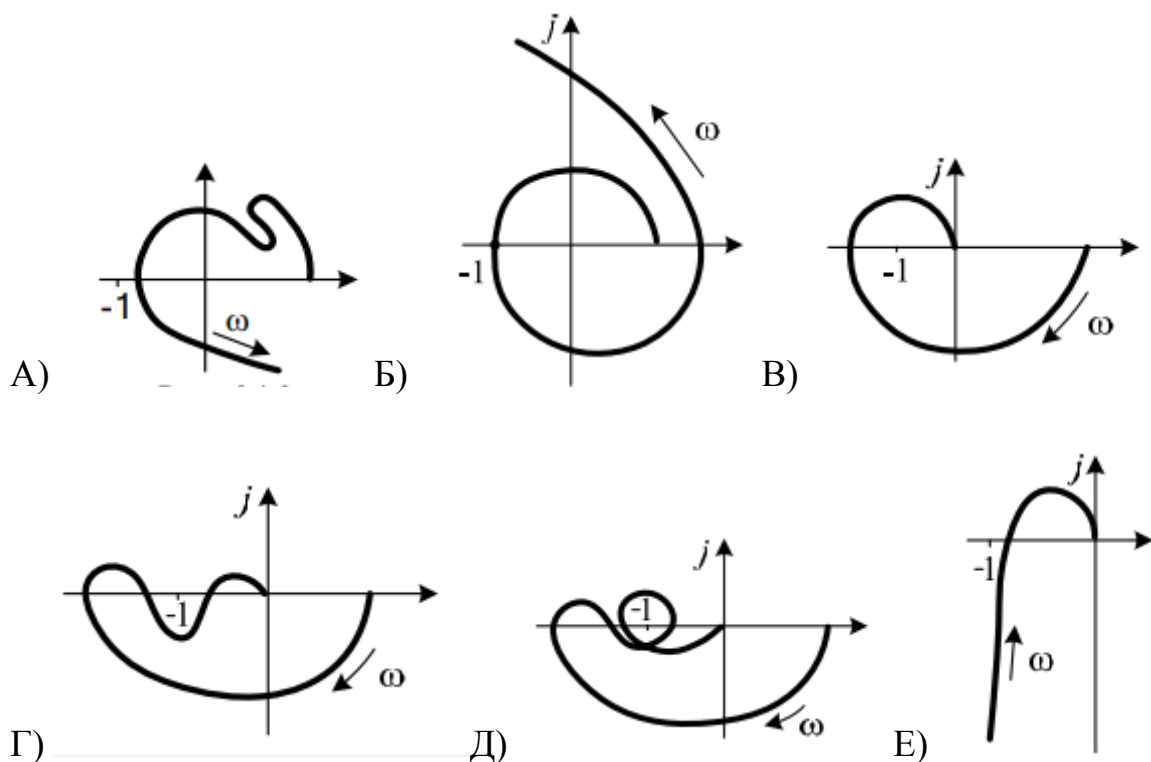
1- стійка;

2 – нестійка.

Якщо АФЧХ проходить через точку $A[-1;j0]$, то система знаходиться на межі стійкості (нейтральний стан).

Зміст звіту

1. Визначити чи стійка система зображена на малюнку за частотним критерієм



Контрольні запитання

1. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.
2. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста для випадку нестійкої розімкненої системи.
3. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста для випадку стійкої розімкненої системи

Практична робота №6

Тема: Ознайомлення з пакетом програм MATLAB. Дослідження характеристик типових динамічних ланок

Мета: Придбання навичок роботи з пакетом програм MATLAB. Дослідження характеристик типових динамічних ланок у пакеті програм MATLAB, Simulink.

Теоретичні відомості

MATLAB – це одна з старанно пророблених і перевірених часом систем автоматизації математичних розрахунків, побудована на розширеному поданні і застосуванні матричних операцій. Це знайшло відображення у назві системи – **MATrix LABoratory** – матрична лабораторія.

Матриці широко застосовуються у складних математичних розрахунках, наприклад, при рішенні завдань математичного моделювання статичних та динамічних систем. Вони виявляються основою автоматичного складання та рішення рівнянь становища динамічних об'єктів і систем. Прикладом програми, виконуючої це, може служити основне розширення MATLAB – **Simulink**. Simulink працює з лінійними, нелінійними, безперервними, дискретними, багатомірними системами.

Для розробки моделей у Simulink основними є бібліотеки блоків, з яких складаються структурні схеми систем. У середовищі пакета MATLAB можна не тільки моделювати систему за її структурною схемою, але й отримати математичний опис моделі у різних формах, виконати аналіз її властивостей у часовій та частотній областях, синтезувати елементи системи керування, виконати оптимізацію.

Пакет блочного моделювання Simulink автоматично інтегрується з базовою системою MATLAB. Для перегляду того чи іншого розділу бібліотеки достатньо виділити його мишею – у правій частині вікна з'явиться набір піктограм компонентів активного розділу бібліотеки.

Simulink містить такі **основні бібліотеки блоків**:

- **Sources** – джерела входних сигналів і впливів;
- **Sinks** – вихідні блоки (запам'ятовування та реєстрація вихідних сигналів);
- **Continuous** – лінійні безперервні блоки;
- **Discrete** – дискретні блоки;
- **Math** або **Math Operations** в Simulink 5/6 – математичні блоки та функції;
- **Functions & Tables** в Simulink 4 або **Look-Up Tables** в Simulink 5/6 – містить компоненти таблиць та **User Defined Functions** в Simulink 5/6 – розділ за функціями користувача;
- **Nonlinear** – нелінійні блоки;
- **Signals & Systems** в Simulink 4 або **Signal Routing** в Simulink 5 – блоки маршрутизації сигналів, наприклад, **Mux** – мультиплексування ряду входів.

Simulink містить і інші бібліотеки блоків

Розглянемо деякі бібліотеки Simulink, блоки яких будуть необхідні для моделювання динамічних систем.

Бібліотека Sources містить джерела входних сигналів і впливів, тобто блоки, які не мають входів, а мають тільки виходи:

- у блоці **Constant** можна задавати значення фіксованого сигналу, що діє протягом часу розрахунку;
- у блоці **Step** можна задавати вплив у вигляді окремого перепаду;
- блок **Ramp** – джерело наростаючого впливу;
- у блоці **Sine Wave** можна задавати синусоїдальний вплив;
- блок **Repeating Sequence** – джерело послідовності, яка повторюється;
- джерела часу моделювання – **Clock** та **Digital Clock**;

- джерело впливів **Signal Generator** використовується для створення одного з чотирьох найбільш розповсюджених типів сигналів:
 - sine – синусоїдальний сигнал;
 - square – прямокутний періодичний сигнал;
 - sawtooth – пилообразний періодичний сигнал;
 - random – випадковий сигнал.

Бібліотека Sinks включає блоки приймання даних, які не мають виходів, а мають тільки входи:

- **Scope** – осцилограф;
- **XY Graph** – графозбудувач у системі полярних координат;
- **Display** – вивод на екран дисплея;
- **To File** – запис даних у файл;
- **To Workspace** – запис у змінну робочого простору;
- **Stop Simulation** – блок перерви моделювання і його зупинки, якщо на його вході діє сигнал, не рівний нулю.

Бібліотека Continuous містить лінійні безперервні блоки, такі як:

- інтегруючий – **Integrator**;
- диференціюючий – **Derivative**;
- блок передавальної характеристики – **Transfer Fcn**, за допомогою якого, наприклад, задається передавальна функція аперіодичної та коливальної ланок;
- блок завдання лінеаризованої моделі – **State-Space**;
- блок фіксованої затримки – **Transport Delay**;
- блок керуємої затримки – **Variable Transport Delay**.

Математична **бібліотека Math** містить блоки арифметичних операцій:

- обчислення абсолютного значення числа **Abs**;
- знака числа **Sign**;
- округлення **Rounding Function**;
- скалярного добутку **Dot Product**;
- звичайного добутку **Product**, який використовують і для ділення;

- суми **Sum**,
- блоки масштабування **Gain** и **Slider Gain**;
- блок пошуку мінімуму та максимуму **MinMax**;
- блок тригонометричних функцій **Trigonometric Function**

та багато інших математичних блоків.

З кожним блоком поєднано вікно налаштувань, яке відкривається при активізації піктограми блока. Параметри блоків можуть бути константами, змінними, функціями та виразами. Будь-які змінні, від яких залежить параметр, повинні бути визначені в робочій зоні до початку процесу моделювання, інакше Simulink сигналізує про помилку в цьому блоці.

Спочатку необхідно відкрити вікно для нової моделі (кнопка **Create a new model** в панелі інструментів браузера бібліотек Simulink або команда **File → New → Model** в меню). Вікно відкривається із заголовком **Untitled**. Введемо заголовок майбутньої моделі. Для цього встановимо курсор миші в потрібне місце і двічі клацнемо лівою кнопкою миші, і можна вводити надпис.

З розділів бібліотек перетягуємо необхідні блоки при натиснутій лівій клавіші миші. Тільки що введений блок виділяється маленькими чорними прямокутниками по кутам блоку. Можна збільшувати/зменшувати блок в діагональних напрямках, якщо захопити курсором миші куток виділеного блоку.

Блоки моделей звичайно мають входи і виходи. Як правило, вихід якого-небудь блоку підключається до входу слідуючого блоку і т.д. Для цього курсор миші встановлюється до виходу блоку, від якого повинно виходити з'єднання. Держачи натиснутою ліву кнопку миші, потрібно плавно перемістити курсор до входу наступного блоку. Побачив лінію зв'язку, потрібно відпустити ліву кнопку миші. Наприкінці з'єднання з'явиться жирна стрілка.

Перед запуском моделі треба ознайомитися з установкою загальних параметрів моделювання. Для цього виконаємо команду **Simulation Parameters...** в меню Simulation вікна Simulink. З'явиться вікно встановлення параметрів моделювання.

До числа найважливіших параметрів відноситься час моделювання – **Simulation time**. Він задається початковим часом **Start time** (звичайно 0) та кінцевим часом **Stop time**.

Першорядне значення мають дві опції: тип рішення і метод рішення. Можливо два типа рішення:

- **Variable-step solvers** – рішення зі змінним кроком;
- **Fixed-step solvers** – рішення з фіксованим кроком.

Як правило, кращі результати дає рішення зі змінним кроком: крок автоматично зменшується, якщо швидкість зміни результатів у процесі рішення зростає. І, навпаки, якщо результати змінюються слабо, крок рішення автоматично збільшується.

Методом з фіксованим кроком необхідно користуватись тільки тоді, коли фіксований крок обумовлен специфікою рішення задачі, наприклад, якщо її мета міститься в одержанні таблиці результатів з фіксованим кроком. Цей метод дає непогані результати, якщо поведінка системи описується майже монотонними функціями.

Друга з вказаних опцій – вибір метода моделювання. Для рішення диференціальних рівнянь можливо обрати наступні методи: discrete (дискретний), ode45, ode23 (три варіанти, включаючи метод Розенброка), rk45 (метод Дорманда-Принса), ode113 (метод Адамса) ode15s.

Важливим є і такий параметр моделювання, як точність інтегрування:

- Relative tolerance – відносна похибка інтегрування;
- Absolute tolerance – абсолютна похибка інтегрування.

За замовченням вони дорівнюють 10^{-3} і 10^{-6} .

На панелі інструментів Simulink знаходяться дві важливі кнопки управління моделюванням. Одна з них, у вигляді чорного трикутника (**Start/Pause Simulation**), запускає або припиняє процес моделювання, інша, у вигляді чорного квадрата (**Stop**), зупиняє його.

Після запису в файл (File → Save/Save As) як заголовок вікна буде фігурувати ім'я файлу, що за замовчуванням одержить розширення **m**.

Вже існуючу модель можна завантажити із меню Simulink (File → Open).

Розглянемо основні команди меню редагування **Edit**:

- **Undo** – відміна останньої операції;
- **Redo** – відновлювання останньої відміненої операції.
- **Clear** – знищення виділених об'єктів;
- **Copy** – копіювання виділених об'єктів у буфер;
- **Paste** – вставка об'єктів з буфера;
- **Select All** – виділення всіх об'єктів моделі;
- **Copy model to clipboard** – копіювання всієї моделі в буфер.

Теоретичні відомості про типові динамічні ланки

Поведінка систем автоматичного управління (САУ) багато в чому залежить від величини та характеру впливу на систему. Таких впливів (сигналів) існує дуже багато. Це можуть бути аналогові, дискретні сигнали. Причому закон їх зміни може бути відомим раніше (детерміновані сигнали) або вони можуть розглядатися як випадкові функції часу (випадкові сигнали).

Однак, розглядаючи конкретні умови роботи САУ, можна вибрати такий вплив, який для даної системи є найбільш типовим. Обравши такий вплив і вивчивши викликаний ним перехідний процес, можна зробити висновок про динамічні властивості системи.

При аналізі та синтезі САУ використовують кілька типових (тестових) сигналів: одиничний ступінчатий вплив, одиничний імпульс, гармонічний вплив.

Одиничний ступінчатий вплив. Цей вплив має вигляд одиничного стрибка. Його називають також одиничною функцією $1(t)$, яка набуває таких значень:

$$\begin{cases} 1(t) = 0, & \text{при } t < 0, \\ 1(t) = 1, & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Реакція системи на одиничний ступінчатий вплив при нульових початкових умовах називається **перехідною функцією $h(t)$** системи; графік цієї функції називається **перехідною характеристикою**. За допомогою цієї характеристики можна судити про стійкість системи, її швидкодію, точність.

Якщо відоме рівняння, що описує САУ, перехідну функцію $h(t)$ можна отримати, розв'язавши це рівняння при нульових початкових умовах і прийнявши за вхідний вплив $x(t)=1(t)$.

Одиничний імпульс (δ -функція). Цей вплив являє собою дуже вузький імпульс, що обмежує одиничну площу. Тобто δ -функція задовольняє умовам:

$$\begin{cases} \delta(t) = \infty, \text{ при } t = 0, \\ \delta(t) = 0, \text{ при } t \neq 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (1.3)$$

За вплив одиничного імпульсу може бути прийнято вплив імпульсу будь-якої форми і малої довжини порівняно з очікуваним часом перехідного процесу.

Реакція системи на одиничний імпульсний вплив при нульових початкових умовах називається **імпульсною перехідною функцією $w(t)$** системи. Її називають також *ваговою функцією*. Графік цієї функції називається **імпульсною перехідною характеристикою**.

Перехідна та імпульсна перехідна характеристики називаються *часовими характеристиками*. Між ними існує зв'язок:

$$\frac{dh(t)}{dt} = w(t). \quad (1.4)$$

Аналогічно пов'язані між собою одинична функція та одиничний імпульс:

$$\frac{d1(t)}{dt} = \delta(t). \quad (1.5)$$

Гармонічний вплив. Частотні характеристики динамічних ланок визначаються при типовому впливі у вигляді гармонічної функції:

$$X(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (1.6)$$

де A_1 – амплітуда коливань; ω – кругова частота.

Якщо до входу ланки чи системи докласти вплив типу (1.6), то на виході виникає реакція на цей вплив, що в усталеному режимі представляє собою також гармонічне коливання:

$$Y(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \quad (1.7)$$

Періодичний вхідний вплив за перетворенням Фур'є може бути записаний в показовій формі:

$$X(j\omega) = A_1(\omega) e^{j\varphi_1(\omega)}. \quad (1.8)$$

Аналогічно для вихідної функції:

$$Y(j\omega) = A_2(\omega) e^{j\varphi_2(\omega)}. \quad (1.9)$$

Відношення цих величин є частотною або комплексною передаточною функцією (КПФ) ланки чи системи від змінної ω :

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}. \quad (1.10)$$

Її, як і будь-яке комплексне число, можна записати в алгебраїчній та показовій формах:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (1.11)$$

де $U(\omega) = \operatorname{Re}\{W(j\omega)\}$ – дійсна частина КПФ, її графік – ДЧХ (дійсна частотна характеристика;

$V(\omega) = \operatorname{Im}\{W(j\omega)\}$ – уявна частина КПФ, її графік – УЧХ (уявна частотна характеристика;

$A(\omega) = |W(j\omega)|$ – модуль КПФ – **амплітудно-частотна функція**,

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}. \quad (1.12)$$

Графік цієї функції називають **амплітудно-частотною характеристикою** – АЧХ.

$\varphi(\omega) = \operatorname{Arg}\{W(j\omega)\}$ – аргумент КПФ – **фазо-частотна функція**,

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (1.13)$$

Графік цієї функції називається **фазо-частотною характеристикою** – ФЧХ.

Саму комплексну передаточну функцію $W(j\omega)$ називають також **амплітудно-фазовою частотною функцією**, а її графік на комплексній площині – **амплітудно-фазовою частотною характеристикою** – АФЧХ: це

крива, яку описує кінець вектора на комплексній площині при зміні частоти ω від 0 до ∞ , причому довжина вектора дорівнює $A(\omega)$, а аргумент (кут між вектором та дійсною додатною напіввіссю) дорівнює $\varphi(\omega)$.

Окрім перелічених частотних характеристик (ДЧХ, УЧХ, АЧХ, ФЧХ, АФЧХ) при аналізі та синтезі САУ широко застосовуються також логарифмічні частотні характеристики – ЛЧХ:

ЛАЧХ – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика,

ЛФЧХ – логарифмічна фазо-частотна характеристика.

ЛЧХ – це частотні характеристики системи, побудовані в іншій системі координат:

- по вісі абсцис відкладають частоту в логарифмічному масштабі: на поділці, що відповідає значенню $\lg(\omega)$, пишуть значення ω ; масштабною одиницею служить **декада** – інтервал, на якому частота змінюється в десять раз;
- по вісі ординат значення $A(\omega)$ відкладають в децибелах (дБ) – ЛАЧХ, а значення $\varphi(\omega)$ – в градусах чи радіанах – ЛФЧХ.

Логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою САУ називають АЧХ цієї системи, що виражена в децибелах та побудована в логарифмічному масштабі частот.

ЛАЧХ та АЧХ зв’язані співвідношенням:

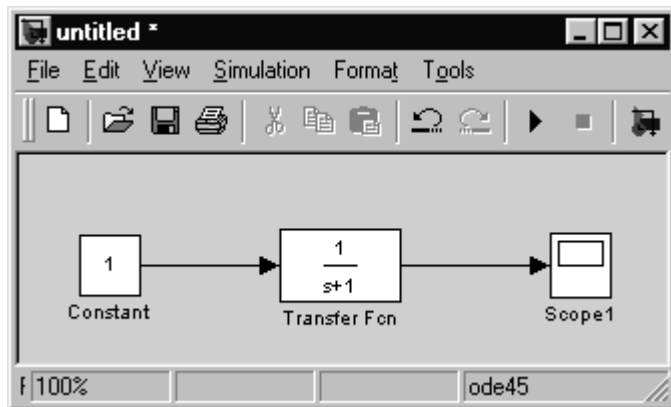
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|. \quad (1.14)$$

Логарифмічною фазовою частотною характеристикою САУ називають залежність фази φ , вираженої в градусах чи радіанах, від частоти в логарифмічному масштабі.

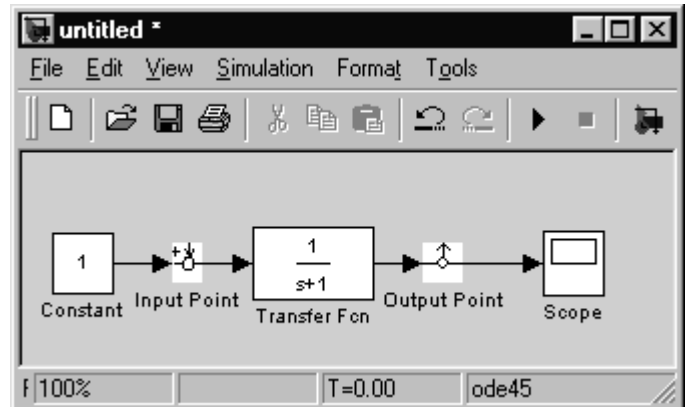
ЛЧХ мають переваги перед АЧХ та ФЧХ – вони більш наочні та прості в побудові.

Перехідна характеристика САУ може бути побудована за допомогою Simulink. Для цього необхідно побудувати модель системи, до входу підключити блок Constant, значення параметру дорівняти 1, а до виходу – блок осцилографа Scope.

Побудова частотних характеристик у пакеті програм MATLAB здійснюється з використанням функцій тулбоксу **Control System**. Розглянемо алгоритм перетворення структурної схеми в Simulink (рис. 6.1, а) у модель **Control System** (рис. 6.1, б). В меню **Tools** пакета **Simulink** вибрати команду **Linear Analysis**. У результаті з'являється вікно утиліти **LTIView** та бібліотека блоків **Control System**. До входу системи необхідно підключити вхідний порт (блок **in**), а до виходу – вихідний порт (блок **out**).



а)



б)

Рис. 6.1 – Вікна моделей: а) схема в **Simulink**, б) модель в **Control System**

У вікні утиліти **LTIView** в меню Simulink вибрати команду **Get Linearized Model**. У результаті в верхній частині вікна виводяться графіки характеристик системи.

Вибір конфігурації утиліти здійснюється через меню в заголовку вікна і меню, що виводиться на екран при натисканні правої кнопки миші.

Меню **File** містить команди роботи з моделями:

- **New Viewer...** – відкрити нове вікно LTIView;
- **Import...** – завантаження нової моделі в LTIView. На екран виводиться список моделей, доступних для завантаження. Модель, що завантажується, необхідно виділити і натиснути кнопку Apply, потім OK;
- **Export...** – запис завантаженої моделі на диск чи експорт у робочий простір MATLAB (Workspace);
- **Delete Systems...** – видалення моделі з LTIView. На екран виводиться список моделей, доступних для видалення. Модель, що видаляється, необхідно виділити і натиснути кнопку Apply, потім OK;

- **Refresh Systems** – оновити параметри моделей. Цей пункт меню необхідно виконувати кожного разу після зміни параметрів моделі для активізації змін у LTIView;
- **Print...** – друк графіків;
- **Print to figure...** – друк в інше вікно. Після виконання цього пункту відкривається нове вікно, у яке передається графік;
- **Close Viewer** – закрити вікно утиліти LTIView.

Меню **Tools** містить команди налаштування утиліти LTIView:

- **Viewer configuration** – налаштування вікна перегляду графіків. При виконанні даної команди на екран виводиться вікно, в якому можна задати розбивку вікна перегляду **LTIView** на частини і задати характеристики, що виводяться в кожній частині вікна.

- **Response References** – параметри графіків.

Побудова необхідної характеристики й аналіз параметрів графіка здійснюється в такому порядку. Для вибору характеристики необхідно установити курсор у вікно **LTIView**, натиснути праву кнопку миші. На екран виводиться меню, що містить команди:

- **Plot type** – виведена характеристика;
- **Systems** – системи, для яких будуються характеристики;
- **Characteristics** – відображення параметрів графіка;
- **Zoom** – масштабування;
- **Grid** – вивід сітки на графік.

Розглянемо характеристики, які можна побудувати за допомогою утиліти LTIView.

1. Step – перехідна характеристика $h(t)$.

Параметри графіка (задаються в меню **Characteristics**):

- *Peak Response* – максимальне значення перехідного процесу;
- *Setting Time* – час регулювання – інтервал часу, по закінченні якого відхилення вихідної координати не перевищує $\pm\Delta\%$ від усталеного значення. Значення Δ задається в меню **Tools-Response Preferences-Calculate setting time for i** за замовчуванням дорівнює **2%**;

– *Rise Time* – час наростання – інтервал часу, протягом якого перехідний процес від значення $p\%$ перший раз досягає значення $y\%$ від усталеного значення. Значення p і y задаються в меню Tools-Response Preferences-Calculate rise time from _ to _ і за замовчуванням рівні 10% і 90% відповідно;

– *Steady State* – усталене значення перехідного процесу.

Числові значення параметрів графіка можна отримати, вказавши курсором відповідну точку на графіку і натиснувши ліву кнопку миші.

2. Impulse – імпульсна перехідна характеристика $w(t)$:

– *Peak Response* – максимальне значення імпульсної характеристики;

– *Setting Time* – час установлення – інтервал часу, протягом якого закінчується перехідної процес.

3. Bode – логарифмічні амплітудна і фазова частотні характеристики:

– *Gain/Phase Margin* – запаси стійкості по амплітуді й фазі. Відображаються точки, в яких логарифмічна частотна характеристика дорівнює «0» дБ і фазова характеристика дорівнює « -180° »;

– *Peak Response* – максимальне значення логарифмічної частотної характеристики.

4. Nyquist – амплітудно-фазова частотна характеристика (крива Найквіста).

– *Gain/Phase Margin* – запаси стійкості.

Порядок виконання роботи

1) Ознайомитися з інструкцією роботи з пакетом MATLAB та теоретичними відомостями про типові динамічні ланки.

2) Запустити пакет MATLAB.

3) Створити робоче вікно моделювання **Simulink**.

4) Створити структурну схему для моделювання характеристик інтегруючої ланки. Перетворити схему в **Simulink** у модель **Control System**. Побудувати характеристики ланки: $h(t)$ – Step, $w(t)$ – Impulse, ЛАЧХ, ЛФЧХ – Bode, АФЧХ – Nyquist, змінюючи коефіцієнт передачі для інтегруючої ланки ($K_1 = 1$, $K_2 = 5$). Проаналізувати, як змінюються характеристики ланки. Зберегти характеристики інтегруючої ланки для звіту. Зробити висновки.

5) Створити структурну схему для моделювання характеристик аперіодичної ланки першого порядку. Перетворити схему в **Simulink** у модель **Control System**. Побудувати характеристики ланки: Step, Impulse, Bode, Nyquist, змінюючи коефіцієнт передачі ($K_1 = 1$, $K_2 = 5$), потім змінюючи постійну часу ($T_1 = 0,1$, $T_2 = 1$ при $K_1 = 1$). Проаналізувати, як змінюються характеристики аперіодичної ланки. Зберегти характеристики аперіодичної ланки першого порядку для звіту. Зробити висновки.

6) Створити структурну схему для моделювання характеристик коливальної ланки. Перетворити схему в **Simulink** у модель **Control System**. Побудувати характеристики ланки: Step, Impulse, Bode, Nyquist, змінюючи коефіцієнт передачі ($K_1 = 1$, $K_2 = 5$), потім змінюючи постійну часу ($T_1 = 0,1$, $T_2 = 1$ при $K_1 = 1$), потім змінюючи коефіцієнт демпфірування ($\xi_1 = 0,5$, $\xi_2 = 0,9$ при $K_1 = 1$, $T_1 = 0,1$). Проаналізувати, як змінюються характеристики ланки. Зберегти характеристики коливальної ланки для звіту. Зробити висновки.

7) Вийти з пакету MATLAB.

Зміст звіту

1. Навести структурні схеми і характеристики інтегруючої, аперіодичної першого порядку, коливальної ланок: $h(t)$, $w(t)$, ЛАЧХ, ЛФЧХ, АФЧХ.

2. Висновки.

Контрольні питання

1. Що таке типова динамічна ланка?
2. Які типові динамічні ланки виділяють у курсі ТАУ?
3. Запишіть рівняння динамічних ланок.
4. Що таке перехідна функція, перехідна характеристика?
5. У рівняннях яких ланок присутній коефіцієнт демпфірування?
6. Як впливає на характеристики аперіодичної ланки першого порядку зміна постійної часу T ?
7. Як впливає на характеристики коливальної ланки зміна постійної часу T ?

8. Як впливає на характеристики коливальної ланки зміна коефіцієнту демпфірування ξ ?
9. У яких межах може змінюватися коефіцієнт демпфірування ξ для коливальної, аперіодичної другого порядку, консервативної ланок?
10. Що таке передаточна функція за Лапасом?
11. Запишіть передаточні функції типових динамічних ланок.
12. Що таке комплексна передаточна функція?
13. Які існують частотні характеристики ланок?
14. Що таке АФЧХ і як вона будується?

Практична робота № 7

Тема: Дослідження типових динамічних ланок у пакеті програм MATLAB, Simulink.

Мета: Дослідити характеристик типових динамічних ланок у пакеті програм MATLAB, Simulink.

Теоретичні відомості

1.1. Мета роботи

Полягає у поглибленні знань студентів при вивченні розділу "Характеристики динамічних ланок систем автоматичного управління".

У процесі виконання роботи студенти повинні вміти:

- розрахувати перехідний процес, амплітудно-фазову, логарифмічні амплітудну та фазову частотні характеристики;
- набути практичних навичок дослідження автоматичних систем на ЕОМ;
- визначити за допомогою ЕОМ основні характеристики типових динамічних ланок (чистого запізнювання, коливальної, інтегрувальної, інерційної диференціальної);
- визначити вплив параметрів передатних функцій ланок на їх характеристики.

1.2. Вихідні дані

Вихідні дані для виконання роботи:

- структурні схеми і числові параметри досліджуваних динамічних ланок (рис.7.1, табл.7.1);

– пакети прикладних програм (ППП) MATLAB і MathCAD для моделювання систем автоматичного управління (САУ) і виконання математичних розрахунків на ЕОМ.

1.3. Порядок виконання роботи

При виконанні лабораторної роботи радимо дотримуватися такого порядку:

- за допомогою PPP MathCAD розрахувати перехідні процеси, амплітудно-фазову, логарифмічні амплітудну та фазову частотні характеристики динамічних ланок;
- послідовно удвічі зменшити, а потім удвічі збільшити час чистого запізнювання та коефіцієнт підсилення ланки з запізнюванням і за допомогою PPP MATLAB оцінити вплив цих параметрів на перехідний процес;
- послідовно удвічі зменшити, а потім удвічі збільшити коефіцієнт підсилення та постійну часу інерційної диференціальної ланки і за допомогою PPP MATLAB оцінити вплив цих параметрів на перехідний процес;
- послідовно удвічі зменшити, а потім удвічі збільшити коефіцієнт підсилення інтегрувальної ланки і за допомогою PPP MATLAB оцінити вплив цих параметрів на перехідний процес;
- послідовно удвічі зменшити, а потім удвічі збільшити коефіцієнт підсилення та постійну часу коливальної ланки і за допомогою PPP MATLAB оцінити вплив цих параметрів на перехідний процес;
- послідовно встановити коефіцієнт затухання коливальної ланки $<0,707$; $0,707 < <1$ і >1 і за допомогою PPP MATLAB оцінити вплив цього параметра на перехідний процес.

Таблиця 1.1

Вихідні данні

№	Динамічна ланка	K_1	K_2	K_3	K_4	τ, c	T_1, c	T_2, c	d
1	Чистого запізнювання коливальна	0,5	1,0	3,2	4,0	0,5	1,0	1,5	0,1
2	Інтегрувальна диференціальна	1,7	3,7	4,3	0,8	1,5	2,0	2,5	0,2
3	Коливальна чистого запізнювання	5,0	2,2	0,9	3,1	2,5	3,0	3,5	0,3
4	Диференціальна інтегрувальна	3,4	4,4	0,8	2,8	4,5	5,0	1,5	0,4
5	Чистого запізнювання коливальна	1,5	4,0	2,7	0,9	1,0	2,5	2,0	0,5
6	Інтегрувальна диференціальна	0,8	3,1	1,7	0,6	3,0	1,5	4,0	0,6

7	Коливальна чистого запізнювання	2,7	5,0	3,6	4,4	5,0	0,5	1,0	0,7
8	Диференціальна інтегрувальна	4,3	2,4	4,0	3,7	2,0	3,5	3,0	0,8
9	Чистого запізнювання коливальна	1,9	1,9	0,5	5,0	0,5	2,0	4,5	0,9
10	Інтегрувальна диференціальна	0,6	0,9	5,0	4,5	1,5	1,5	2,5	1,0
11	Коливальна чистого запізнювання	3,5	1,3	2,5	0,9	2,5	2,5	1,0	1,1
12	Диференціальна інтегрувальна	1,5	3,7	3,9	2,5	3,5	3,5	3,0	1,2
13	Чистого запізнювання коливальна	2,0	3,2	0,8	0,7	4,5	4,5	0,5	1,3
14	Інтегрувальна диференціальна	3,0	0,5	1,9	5,0	1,0	2,0	4,0	1,4
15	Коливальна чистого запізнювання	1,0	4,3	2,0	3,5	2,0	3,5	4,5	1,5
16	Диференціальна інтегрувальна	4,2	2,5	3,5	0,8	3,0	1,5	0,5	0,3
17	Чистого запізнювання коливальна	0,6	4,2	3,7	2,5	0,5	4,0	2,5	0,8
18	Інтегрувальна диференціальна	3,5	0,5	2,5	0,7	1,0	2,0	4,0	1,0
19	Коливальна чистого запізнювання	2,1	2,6	1,4	3,8	0,3	4,2	1,7	0,6
20	Диференціальна інтегрувальна	4,1	0,8	2,5	1,6	3,9	2,4	1,9	0,1

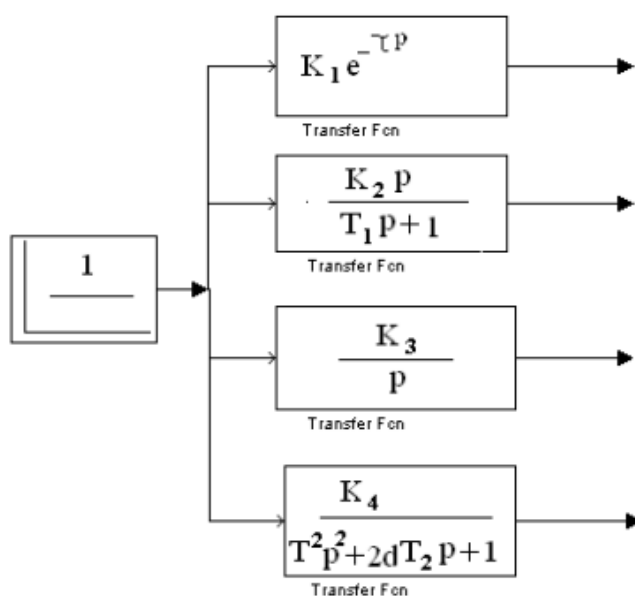


Рис. 1.1. Структурні схеми для досліджених динамічних ланок

Методичні пояснення

Елемент системи автоматичного управління, який розглядається з позиції зору його динамічних властивостей, називається динамічною ланкою. Динамічні ланки, які

описуються диференціальними математичними виразами першого і другого порядку, інтегральним математичним виразом першого порядку або математичним виразом з запізнювальним аргументом, відносяться до типових.

В теорії автоматичного управління диференціальні рівняння САУ і їх елементів записують в операторній формі:

$$\begin{aligned} (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1) \bar{y} = \\ = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1) \bar{x} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Для фізичної реалізації системи автоматичного управління обов'язковим є виконання умови $n \geq m$.

Відношення зображення за Лапласом вихідної величини до зображення за Лапласом вхідної величини при нульових початкових умовах називається передатною функцією $W(p)$:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1} \quad (7.2)$$

Вираз (7.2), як і диференціальне рівняння, є рівнянням динамічної рівноваги між вихідною і вхідною величинами при зміні вхідної величини за будь-яким законом.

Передатну функцію представляють також у вигляді:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{KN(p)}{L(p)} \quad (7.3)$$

– де K – загальний коефіцієнт підсилення; $N(p)$, $L(p)$ – поліноми чисельника і знаменника передаточної функції.

Перехідною функцією $y(t)$ називається реакція динамічної ланки на одиничний ступінчастий сигнал. Перехідна функція є оберненим перетворенням за Лапласом вихідної величини при нульових початкових умовах і має такий вигляд:

$$y(t) = L^{-1}(\bar{y}), \quad (7.4)$$

– де L^{-1} – оператор оберненого перетворення за Лапласом. Одиничний ступінчастий сигнал визначається математичним виразом:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t \geq 0 \\ 0, & \text{якщо } t < 0 \end{cases}. \quad (7.5)$$

Перелік зображень за Лапласом функцій, які використовуються найчастіше, наведено в табл. 7.2.

Якщо на вхід динамічної ланки подати сигнал синусоїдної форми з частотою ω і амплітудою, яка дорівнює одиниці $x(t) = \sin \omega t = e^{j\omega t}$, то на її виході по закінченні перехідного процесу встановиться також синусоїдний сигнал з такою ж частотою ω , але з іншою амплітудою $A(\omega)$ та фазою $\varphi(\omega)$:

$$y(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \varphi(t)) = A(\omega) e^{j(\omega t + \varphi(\omega))}. \quad (7.6)$$

Згідно з (7.6) вхідний і вихідний сигнали синусоїдної форми описуються комплексними виразами. Їх відношення називається комплексним коефіцієнтом підсилення $W(j\omega)$ (або частотною передатною функцією):

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1(j\omega) + 1}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + 1} \quad (7.7)$$

Формули та графіки, що характеризують реакцію ланки на синусоїдний вхідний сигнал, називаються характеристиками. Графічне подання комплексного коефіцієнта підсилення на комплексній площині у координатах $P(\omega)$, $jQ(\omega)$ називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ).

Зображення за Лапласом деяких функцій

№	$\bar{y} = \int_0^{\infty} e^{-pt} y(t) dt$	$y(t)$
1	$\frac{1}{p}$	1
2	$\frac{\alpha}{p^2 + \alpha^2}$	$\sin(\alpha t)$
3	$\frac{p}{p^2 + \alpha^2}$	$\cos(\alpha t)$
4	$\frac{1}{p + \alpha}$	$e^{-\alpha t}$
5	$\frac{\alpha}{p^2 - \alpha^2}$	$sh(\alpha t)$
6	$\frac{p}{p^2 - \alpha^2}$	$ch(\alpha t)$
7	$\frac{\alpha}{(p + \alpha)^2 + \alpha^2}$	$e^{-\alpha t} \sin(\alpha t)$
8	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \alpha^2}$	$e^{-\alpha t} \cos(\alpha t)$
9	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	t^n
10	$\frac{2p\alpha}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$t \sin(\alpha t)$
11	$\frac{p^2 - \alpha^2}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$t \cos(\alpha t)$
12	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$	$t e^{-\alpha t}$
13	$\frac{1}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$\frac{\sin(\alpha t) - \alpha t \cos(\alpha t)}{2\alpha^3}$
14	$(-1)^n \frac{d^n}{dp^n} \bar{y}$	$t^n y(t)$

Графічне зображення зміни амплітуди $A(\omega)$ або фази $\varphi(\omega)$ вихідного сигналу від частоти ω як реакції ланки на вхідний сигнал синусоїдної форми з частотою ω і амплітудою, яка дорівнює одиниці, називаються амплітудною частотною або фазовою частотною характеристиками (АЧХ, ФЧХ). На практиці найчастіше АЧХ відображають у координатах $L_m = 20 \lg A(\omega)$; $\lg \omega$, а ФЧХ

— у координатах $\varphi(\omega)$; $\lg \omega$. Побудовані таким чином характеристики називаються відповідно логарифмічною амплітудною частотною і логарифмічною фазовою частотною характеристиками (ЛАЧХ і ЛФЧХ).

При аналізі і синтезі САУ користуються також графіками залежностей дійсної $\varphi(\omega)$ і уявної $Q(\omega)$ частин комплексного коефіцієнта підсилення від частоти ω , які називаються відповідно дійсною і уявною частотними характеристиками (ДЧХ, УЧХ).

Приклад 7.1. Розрахувати перехідний процес, амплітудно-фазову частотну характеристику, логарифмічні амплітудну та фазову частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку. Коефіцієнт підсилення $K=5$, і постійна часу $T=2$ с аперіодичної ланки відповідно дорівнюють

Передатна функція аперіодичної ланки першого порядку має вигляд:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{K}{Tp + 1}. \quad (7.8)$$

Підставимо у (7.8) значення коефіцієнта підсилення і постійної часу:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{5}{2p + 1}. \quad (7.9)$$

Із рівняння (7.9) знаходимо зображення за Лапласом вихідної величини:

$$\bar{y} = \frac{5}{2p + 1} \bar{x}. \quad (7.10)$$

Зображення вхідного одиничного ступінчастого сигналу має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{1}{p}. \quad (7.11)$$

Тоді

$$\bar{y} = \frac{5}{(2p + 1)p}. \quad (7.12)$$

Виконаємо обернене перетворення за Лапласом. Для цього подамо знаменник (7.12) у вигляді ($p_1=0$; $p_2=-1/2$ — корені знаменника):

$$\frac{5}{(2p + 1)p} = \frac{5}{2\left(p + \frac{1}{2}\right)p} = \frac{2\frac{1}{2}}{\left(p + \frac{1}{2}\right)p}. \quad (7.13)$$

Представимо дріб у правій частині математичного виразу (7.13) як суму найпростіших дробів з невідомими коефіцієнтами:

$$\frac{2\frac{1}{2}}{(p+\frac{1}{2})p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(p+\frac{1}{2})}. \quad (7.14)$$

Виконаємо дію додавання дробів:

$$\frac{A}{p} + \frac{B}{(p+\frac{1}{2})} = \frac{A(p+\frac{1}{2}) + Bp}{p(p+\frac{1}{2})}. \quad (7.15)$$

Дроби математичних виразів (7.14) і (7.15) дорівнюють один одному. Оскільки знаменник дробу лівої частини (7.14) дорівнює знаменнику дробу правої частини (7.15), то мають бути рівними і чисельники цих дробів. Складемо рівняння:

$$2\frac{1}{2} = A\left(p+\frac{1}{2}\right) + Bp. \quad (7.16)$$

Перетворимо праву частину (7.16):

$$2\frac{1}{2} = Ap + \frac{1}{2}A + Bp, \quad (7.17)$$

$$2\frac{1}{2} = (A+B)p + \frac{1}{2}A. \quad (7.18)$$

Прирівняємо коефіцієнти при p^1 і p^0 (вільний член), дістанемо систему рівнянь для визначення А і В:

$$\begin{cases} 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}A \\ A+B=0 \end{cases}. \quad (7.19)$$

Із системи (7.19) знаходимо що $A=5$; $B=-5$. Вираз (7.14) тепер можна подати у вигляді:

$$\frac{2\frac{1}{2}}{(p+\frac{1}{2})p} = \frac{5}{p} + \frac{-5}{(p+\frac{1}{2})}. \quad (7.20)$$

Отже

$$\bar{y} = \frac{5}{p} + \frac{-5}{(p + \frac{1}{2})}. \quad (7.21)$$

Користуючись формулами 1 і 4 табл.7.2, знаходимо перехідну функцію:

$$y(t) = 5 - 5e^{-\frac{t}{2}} = 5 \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right). \quad (7.22)$$

Графік перехідного процесу, розрахований в ППП MathCAD за формулою (7.22), наведено на рис.7.2.

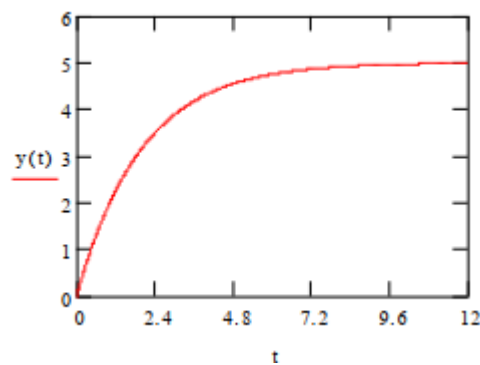


Рис. 7.2. Графік перехідного процесу

На рис.7.3 подамо структурну схему для моделювання аперіодичної ланки в середовищі SIMULINK ППП MATLAB, а на рис.7.4 – графік перехідного процесу, отриманий за результатом моделювання.

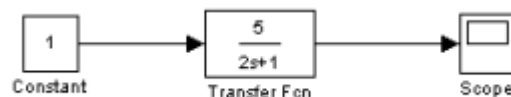


Рис. 7.3. Структурна схема моделювання аперіодичної ланки

Амплітудно-фазова частотна характеристика аперіодичної ланки задається математичним виразом:

$$W(j\omega) = \frac{K}{\omega^2 T^2 + 1} - j \frac{K\omega}{\omega^2 T^2 + 1}. \quad (7.23)$$

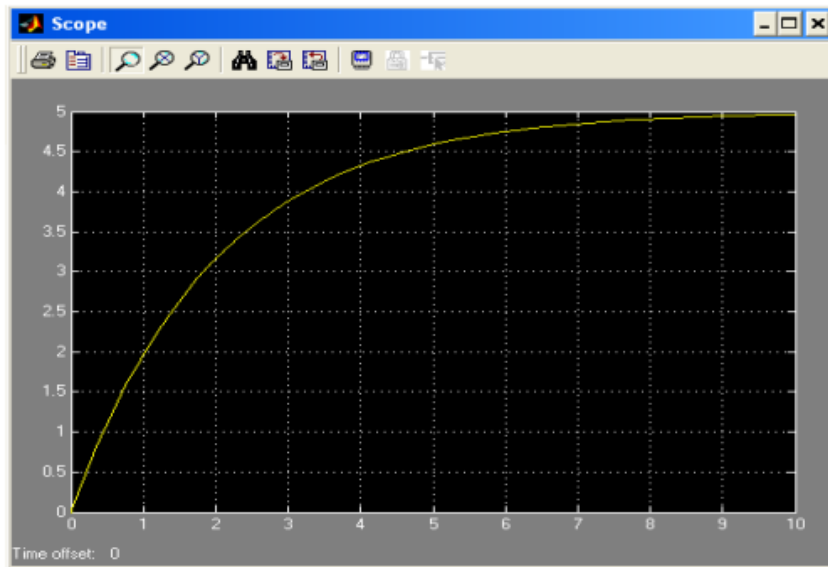


Рис. 7.4. Графік перехідного процесу

Підставимо замість K і T їх значення:

$$W(j\omega) = \frac{5}{4\omega^2 + 1} - j \frac{5\omega}{4\omega^2 + 1}. \quad (7.24)$$

Графік амплітудно-фазової частотної характеристики наведено на рис.7.5. Логарифмічна амплітудна частотна характеристика аперіодичної ланки задається математичним виразом:

$$20\lg A(\omega) = 20\lg K - 20\lg\sqrt{T^2\omega^2 + 1}. \quad (7.25)$$

Підставимо замість K і T їх значення:

$$20\lg A(\omega) = 20\lg 5 - 20\lg\sqrt{4\omega^2 + 1}. \quad (7.26)$$

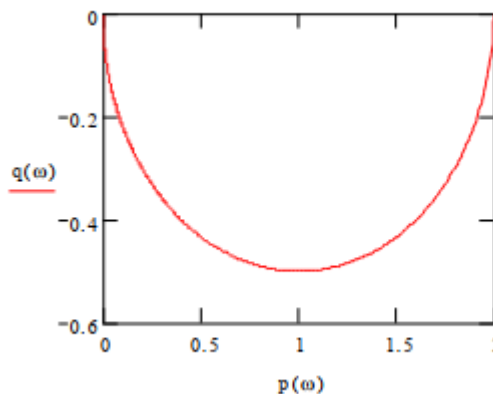


Рисунок 7.5. Графік амплітудно-фазової частотної характеристики.

Графік логарифмічної амплітудної частотної характеристики наведено на рис. 7.6.

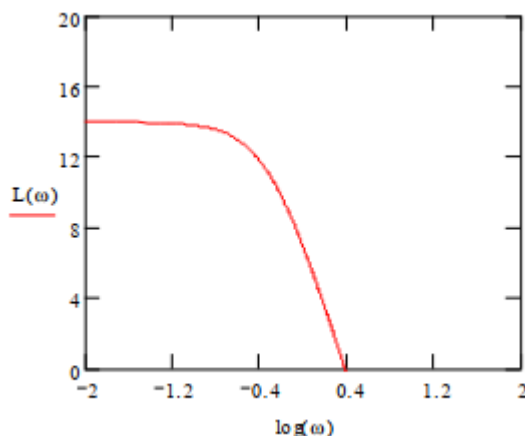


Рис. 7.6. Графік логарифмічної амплітудної частотної характеристики

Логарифмічна фазова частотна характеристика аперіодичної ланки задається математичним виразом:

$$\varphi(\omega) = -\arctg T\omega. \quad (7.27)$$

Підставимо замість K і T їх значення:

$$\varphi(\omega) = -\arctg 2\omega. \quad (7.28)$$

Графік логарифмічної фазової частотної характеристики наведено на рис. 7.7.

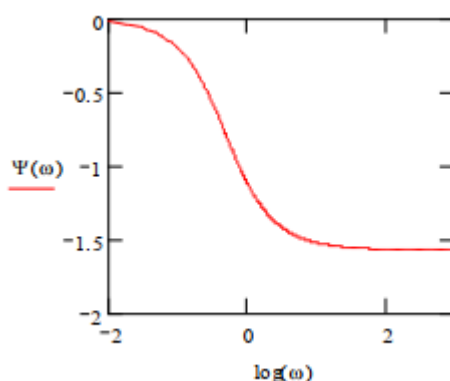


Рис. 7.7. Графік логарифмічної фазової частотної характеристики

Зміст звіту

1. Структурні схеми досліджуваних динамічних ланок.
2. Розраховані графіки перехідних процесів, амплітудно-фазових частотних характеристик, логарифмічних амплітудних та фазових частотних характеристик досліджуваних ланок.
3. Графіки перехідних процесів досліджуваних ланок, визначених при моделюванні на ЕОМ.
4. Графіки перехідних процесів досліджуваних ланок, визначених на ЕОМ, при зміні значень їх параметрів.

Контрольні запитання

1. Що називається передатною функцією?
2. Що називається динамічною ланкою?
3. Які типові динамічні ланки Ви знаєте?
4. Які типові вхідні сигнали використовуються для дослідження САУ?
5. Що таке перехідна функція?
6. Що таке частотні характеристики?
7. У яких координатах будується логарифмічна амплітудна частотна характеристика?
8. У яких координатах будується логарифмічна фазова частотна характеристика?
9. Як зміниться АФЧХ ланки чистого запізнення, якщо змінити постійну часу?
10. Як зміниться крива перехідного процесу на виході аперіодичної ланки, якщо зменшити (збільшити) коефіцієнт підсилення (постійну часу)?
11. Як зміниться ЛАЧХ інтегрувальної ланки, якщо зменшити (збільшити) коефіцієнт її підсилення?
12. Як зміниться ЛФЧХ інерційної диференціальної ланки, якщо зменшити (збільшити) коефіцієнт підсилення (постійну часу)?

Практична робота № 8

Тема: Дослідження стійкості систем автоматичного управління.

Мета: Дослідити стійкість систем автоматичного управління.

Вихідні дані для виконання роботи:

1. структурні схеми та числові параметри досліджуваних автоматичних систем (рис. 8.1, табл. 8.1.)
2. пакети прикладних програм (ППП) MATLAB і MathCAD для моделювання систем автоматичного керування (САК) і математичних розрахунків на ЕОМ.

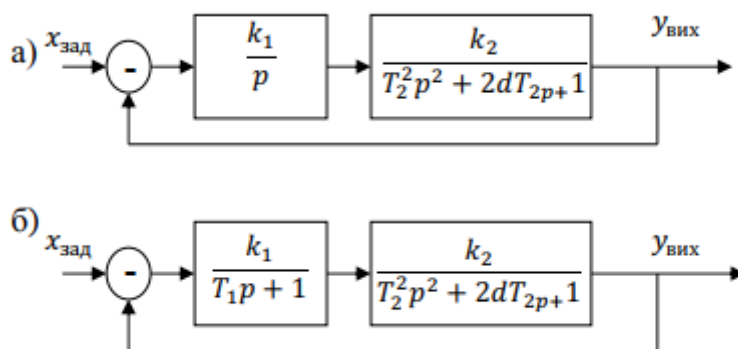


Рис. 8.1. Структурні схеми досліджуваних автоматичних систем

а) астатична система автоматичного управління;

б) статична система автоматичного управління

Вихідні дані

Варіант №	Схема	Параметри ланок					Система координат
		k_1	k_2	T_1	T_2	d	X, Y
1	a	2,0	1,0	-	2,0	0,6	k_1, T_2
2	a	2,0	2,0	-	3,0	0,7	k_2, T_2
3	a	1,0	1,0	-	4,0	0,8	k_1, d
4	a	1,0	2,0	-	1,0	0,9	k_2, d
5	a	1,0	3,0	-	2,0	1,0	T_2, d
6	a	4,0	0,5	-	1,0	1,1	k_1, k_2
7	a	0,5	0,5	-	4,0	1,2	k_2, k_1
8	a	0,5	2,0	-	3,0	1,3	T_2, k_1
9	a	4,0	3,0	-	2,0	1,4	d, k_2
10	a	3,5	2,0	-	2,0	0,5	d, T_2
11	б	1,0	1,0	0,5	1,0	1,3	k_1, T_2
12	б	5,0	1,0	0,6	3,0	1,2	k_2, T_2
13	б	2,0	0,2	0,7	2,0	1,1	k_1, d
14	б	3,0	2,0	0,8	1,0	1,0	k_2, d
15	б	4,0	1,0	0,9	4,0	0,9	T_2, d
16	б	1,0	1,0	1,0	3,0	0,8	k_1, k_2
17	б	1,0	2,0	0,9	2,0	0,7	T_1, T_2
18	б	1,0	3,0	0,8	1,0	0,6	k_1, T_1
19	б	3,0	4,0	0,7	1,5	0,5	T_1, d
20	б	2,0	0,5	0,3	1,0	1,0	k_2, T_1

Порядок виконання роботи

При виконанні роботи необхідно дотримуватися такого порядку:

- для заданої викладачем структурної схеми записати передатну функцію розімкненої системи;
- записати характеристичний поліном замкненої системи;
- скласти матрицю коефіцієнтів Гурвіца;
- визначити межу стійкості лінійної системи автоматичного управління як

- функцію від параметрів елементів системи автоматичного управління;
- побудувати зони стійкої і нестійкої роботи системи автоматичного управління;
 - за допомогою ППП MATLAB визначити перехідний процес у системі при одиничному ступінчастому вхідному сигналі для стійкої і нестійкої роботи автоматичної системи і роботі системи на межі стійкості;
 - зробити висновки з одержаних результатів.

Методичні пояснення

Одна з найважливіших характеристик автоматичної системи – стійкість. Нестійка система не може виконувати свої функції. Більше того, така ситуація призведе до аварійного стану керованого об'єкта. Тому задача забезпечення стійкості систем є одна з центральних у теорії автоматичного управління.

Стійкість автоматичної системи – це властивість повернення до стану рівноваги після припинення впливу, який вивів систему із нього. Нестійка система не повертається до стану рівноваги, а безперервно від нього віддаляється.

Один із найбільш поширених в інженерній практиці способів визначення стійкості – алгебраїчний критерій Гурвіца. Його можна сформулювати так: щоб замкнена автоматична система була стійкою, необхідно і достатньо, аби усі детермінанти и матриці коефіцієнтів Гурвіца були додатні. Якщо за відсутністю від'ємних детермінантів знайдеться хоча б один нульовий, то система автоматичного управління перебуватиме на межі стійкості (вихідна величина змінюватиметься за гармонійним законом із сталою амплітудою і частотою).

Матриця коефіцієнтів Гурвіца складається із коефіцієнтів характеристичного поліному замкненої системи автоматичного управління, який подається у вигляді:

$$D_{\text{зам}}(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0, \quad (8,1)$$

– тут n – порядок системи автоматичного управління.

Матриця коефіцієнтів Гурвіца має розмір $n \times n$. Її діагональними елементами $c_{ii} = (i = \overline{1, n})$ є відповідно коефіцієнти характеристичного полінома a_i . Рядки праворуч від

діагонального елемента доповнюються коефіцієнтами з послідовно зростаючими парними індексами, якщо діагональний елемент знаходиться у парному рядку, і коефіцієнтами з послідовно зростаючими непарними індексами, якщо діагональний елемент знаходиться у непарному рядку. Рядки ліворуч від діагонального елемента доповнюються коефіцієнтами з послідовно спадними парними індексами, якщо діагональний елемент знаходиться у парному рядку, і коефіцієнтами з послідовно спадними непарними індексами, якщо діагональний елемент знаходиться у непарному рядку. Елементи матриці дорівнюють нулю, якщо на їх місці мають бути коефіцієнти характеристичного полінома, індекси яких більше або менше нуля. Щоб отримати характеристичний поліном замкненої системи автоматичного управління, необхідно записати передатну функцію розімкненої автоматичної системи, а потім скласти поліноми чисельника та знаменника

Приклад 8.1. Визначити стійкість автоматичної системи, структурна схема якої наведена на рис. 8.2. Знайти також рівняння межі стійкості як функцію $k_1=f(T_2)$ і побудувати в координатах $(T_2; k_1)$ зони стійкої і нестійкої роботи системи автоматичного управління. Параметри системи: $k_1=1$; $k_2=1$; $k_3=1$; $T_1=1$; $T_2=0.5$.

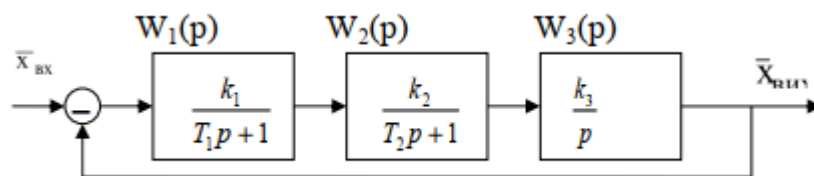


Рис. 8.2. Структурна схема до прикладу

Визначимо передатну функцію розімкненої частини системи автоматичного регулювання:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{роз}}(p) &= W_1(p)W_2(p)W_3(p) = \frac{k_1}{T_1 + 1} \times \frac{k_2}{T_2 + 1} \times \frac{k_3}{p} = \\
 &= \frac{k_1 k_2 k_3}{T_1 T_2 p^3 + T_1 p^2 + T_2 p^2 + p} = \frac{k_1 k_2 k_3}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p}.
 \end{aligned}
 \tag{8.2}$$

Розрахуємо характеристичний поліном замкненої системи автоматичного управління:

$$D_{\text{зам}}(p) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + k_1 k_2 k_3. \quad (8.3)$$

Маємо характеристичний поліном третього порядку, у якому $a_0 = T_1 T_2$, $a_1 = T_1 + T_2$, $a_2 = 1$, $a_3 = k_1 k_2 k_3$. Складемо матрицю коефіцієнтів Гурвіца:

$$\begin{pmatrix} (T_1 + T_2) & k_1 k_2 k_3 & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & (T_1 + T_2) & k_1 k_2 k_3 \end{pmatrix}. \quad (8.4)$$

Підставимо значення параметрів і розрахуємо елементи матриці.

Дістанемо:

$$\begin{pmatrix} 1,5 & 2 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 1,5 & 2 \end{pmatrix}. \quad (8.5)$$

Визначимо детермінанти матриці коефіцієнтів Гурвіца:

$$\Delta_1 = c_{11} = 2 > 0, \\ \Delta_2 = c_{11} \times c_{22} - c_{12} \times c_{21} = 0,5 > 0. \quad (8.6)$$

Останній (третій) детермінант матриці розрахуємо за формулою:

$$\Delta_3 = \Delta_2 \times c_{33} = 1 > 0. \quad (8.7)$$

Всі детермінанти додатні. Отже система є стійкою. Визначимо зони стійкої і нестійкої роботи системи автоматичного управління в координатах $(T_2; k_1)$. Якщо система знаходиться на межі стійкості, то діагональний мінор другого порядку має дорівнювати нулю:

$$(T_1 + T_2) - k_1 k_2 k_3 T_1 T_2 = 0. \quad (8.8)$$

Звідси знаходимо рівняння межі стійкої роботи системи автоматичного керування в заданих координатах:

$$k_1 = \frac{T_1 + T_2}{k_2 k_3 T_1 T_2} = \frac{1 + T_2}{2T_2}. \quad (8.9)$$

Змінюючи параметр T_2 , будемо у координатах $(T_2; k_1)$ межу стійкості роботи автоматичної системи (табл. 8.2).

Таблиця 8.2.

Дані розрахунку межі стійкості

T_2	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	1
k_1	5,5	1,5	1	0,83	0,75	0,7	0,67	0,64	0,63

Очевидно, що стійкій роботі системи автоматичного регулювання буде відповідати зона графіка, для якої виконується нерівність:

$$\Delta_2 = (T_1 + T_2) - k_1 k_2 k_3 T_1 T_2 > 0. \quad (8.10)$$

Звідси:

$$k_1 > \frac{T_1 + T_2}{k_2 k_3 T_1 T_2} = \frac{1 + T_2}{2T_2}. \quad (8.11)$$

Графік зон стійкої і нестійкої роботи автоматичної системи управління наведено на рис. 8.3.

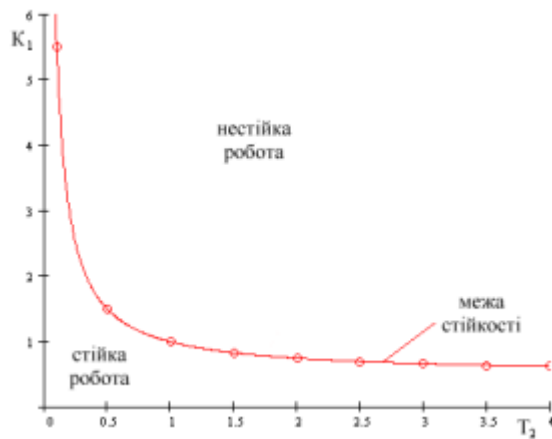


Рис.8.3. Области стійкої та нестійкої роботи автоматичної системи

Користуючись збудованим графіком промодельємо роботу автоматичної системи управління в стійкому режимі (0,5;1), нестійкому режимі (2;3) і на межі стійкості (1;1). Графіки перехідних процесів наведені на рис.2.4.

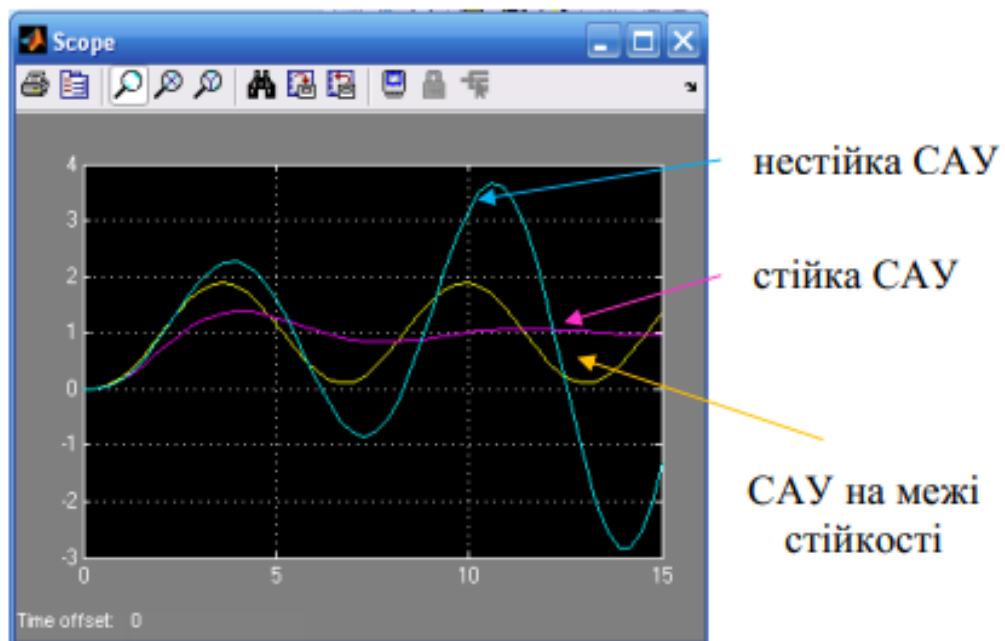


Рис. 8.4. Перехідні процеси стійкої, нестійкої САУ і САУ на межі стійкості

Зміст звіту

1. Структурна схема досліджуваної системи.
2. Характеристичне рівняння замкненої системи.
3. Розрахунок стійкості заданої автоматичної системи.

4. Рівняння межі стійкості системи.
5. Нерівності стійкої і нестійкої роботи автоматичної системи.
6. Графіки зон стійкої і нестійкої роботи автоматичної системи.
7. Наведені в одній системі координат графіки перехідних процесів стійкої та нестійкої системи, а також системи на межі стійкості.

Контрольні запитання

1. Що розуміють під стійкістю автоматичної системи?
2. Яка система вважається стійкою?
3. Яка система вважається нестійкою?
4. Яка система вважається такою, що перебуває на межі стійкості?
5. Як можна визначити критичний коефіцієнт підсилення для системи третього порядку?

Практична робота № 9

Тема: Дослідження точності статичної і астатичної САУ.

Мета: Дослідити точність статичної і астатичної САУ.

Вихідні дані

Вихідні дані для виконання роботи:

- структурна схемата числові параметри динамічних ланок досліджуваних систем (рис.9.1, табл.9.1.)
- ППП MatLAB і MathCAD для моделювання систем автоматичного управління і математичних розрахунків на ЕОМ.

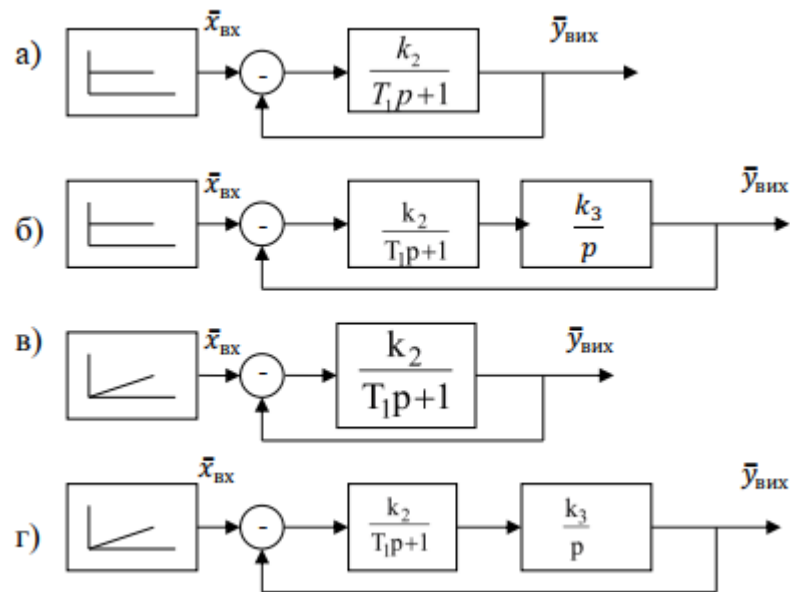


Рис. 9.1. Структурна схема для дослідження точності систем автоматичного керування:

- а – статична система з ступінчастим вхідним впливом;
- б – астатична система з ступінчастим вхідним впливом;
- в – статична система з лінійним вхідним впливом;
- г – астатична система з лінійним вхідним впливом.

Порядок виконання роботи

При виконанні роботи радимо дотримуватися такого порядку:

- 1) Розрахувати статичні похибки статичної і астатичної систем автоматичного управління при подачі на їх входи ступінчастого сигналу;
- 2) побудувати графік залежності статичної похибки статичної системи управління від коефіцієнта підсилення розімкнутої частини;
- 3) визначити залежність коефіцієнта підсилення від вхідного впливу для забезпечення заданого значення величини статичної похибки;
- 4) побудувати графіки перехідних процесів в статичній і астатичній системах при подачі на їхні входи впливу, який змінюється за лінійним законом;
- 5) перевірити гіпотезу про незалежність значення швидкісної похибки в усталеному режимі від вільного коефіцієнта закону зміни вхідної

величини;

- б) розрахувати параметри астатичної системи автоматичного управління, які забезпечують значення швидкісної похибки не більше заданої.

Таблиця 9.1

Вихідні дані

Варі- ант	Параметри ланок				
	$x_{вх}$	k_1	k_2	k_3	T, c
1	1,0	0,5	1,5	0,5	0,70
2	1,5	0,8	1,0	1,0	0,50
3	2,0	1,1	0,5	0,7	0,60
4	2,5	1,4	2,0	1,2	0,40
5	3,0	1,7	2,5	0,9	0,35
6	3,5	2,0	3,0	1,3	0,30
7	4,0	2,3	3,5	0,7	0,25
8	4,5	2,6	4,0	0,4	0,20
9	4,0	2,9	4,5	0,4	0,20
10	3,5	2,6	4,0	0,7	0,25
11	3,0	2,3	3,5	1,3	0,30
12	2,5	2,0	3,0	0,9	0,35
13	2,0	1,7	2,5	1,2	0,40
14	1,5	1,4	2,0	0,7	0,60
15	1,0	1,1	0,5	1,0	0,50
16	0,5	0,8	1,0	0,5	0,70
17	1,0	0,5	1,5	1,0	0,50
18	1,5	0,8	1,0	0,7	0,60
19	3,5	2,6	1,0	0,7	0,35
20	2,0	1,7	3,5	1,3	0,60

Методичні пояснення

Одна з вимог до систем автоматичного керування – забезпечення необхідної точності в усталеному режимі. Для оцінки точності системи керування використовується величина похибки в різноманітних типових режимах.

Усталена похибка – це різниця між заданим і дійсним значеннями керованої величини. Значення усталеної похибки у статичній системі автоматичного керування при ступінчастому вхідному впливі визначається за формулою:

$$\varepsilon_{\text{ст}} = \frac{x_{\text{вх}}}{1 + K_{\text{роз}}}, \quad (9.1)$$

де $\varepsilon_{\text{ст}}$ — статична похибка; $K_{\text{роз}}$ — загальний коефіцієнт підсилення розімкнутої частини системи.

При цьому керована величина після закінчення перехідного процесу матиме значенн:

$$y_{\text{вих}} = x_{\text{вх}} - \varepsilon_{\text{ст}} = \frac{x_{\text{вх}} K_{\text{роз}}}{1 + K_{\text{роз}}}. \quad (9.2)$$

Якщо на вхід статичної системи буде поданий лінійний сигнал $x_{\text{вх}}(t) = a + k_1 t$, то і статична похибка $\varepsilon_{\text{ст}}$ змінюватиметься з постійною швидкістю. При достатньо довгому впливі така система перестає бути роботоздатною.

У астатичній системі керування значення статичної похибки при ступінчастому вхідному впливі $x_{\text{вх}} = \text{const}$, $\varepsilon_{\text{ст}} = 0$ і тому $y_{\text{вих}} = x_{\text{вх}}$. Якщо на вхід такої системи подати лінійний сигнал, то усталена похибка не збільшуватиметься з часом, а після закінчення перехідного процесу матиме значення, яке називається швидкісною похибкою:

$$\varepsilon_{\text{шв}} = \frac{k_1}{K_{\text{роз}}}. \quad (9.3)$$

Керована величина в усталеному режимі буде змінюватися згідно закону:

$$y_{\text{вих}}(t) = a + k_1 t - \varepsilon_{\text{шв}} = \left(a - \frac{k_1}{K_{\text{роз}}} \right) + k_1 t. \quad (9.4)$$

Приклад 9.1. Розрахувати точність статичної і астатичної систем автоматичного управління (рис. 9.1а і рис. 9.1б) при подачі на їх входи ступінчастого впливу. Побудувати графік залежності статичної похибки систем від коефіцієнта підсилення їхніх розімкнутих частин $\varepsilon(k_2)$. Визначити залежність між значенням задавального впливу і коефіцієнтом підсиленням розімкнутої частини $k_2(x_{\text{вх}})$ для забезпечення заданого значення величини похибки $\varepsilon_{\text{зад}} = 0,1$. Значення вхідної величини $x_{\text{вх}} = 5$, значення динамічних коефіцієнтів ланок $k_2 = 3$; $T_1 = 2$; $k_3 = 5$.

САУ, які подано на рис. 9.1а і рис. 9.1б, є системами першого і другого порядку відповідно і мають додатні коефіцієнти одного знаку (додатні). Вони – стійкі. Визначимо точність даних систем при подачі на їх входи ступінчастого впливу.

Система автоматичного управління на рис. 9.1а статична. Статичну похибку в ній визначимо за формулою (9.1):

$$\varepsilon_{\text{ст}} = \frac{x_{\text{вх}}}{1 + k_2} = \frac{5}{1 + 3} = 1,25. \quad (9.5)$$

Перевіримо отриманий результат методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MATLAB за схемою, наведеною на рис. 9.2.

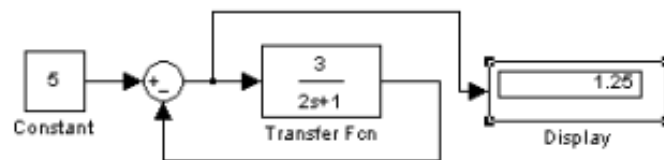


Рис. 9.2. Структурна схема для дослідження точності системи

Результати моделювання підтвердили розрахунки.

Змінюючи коефіцієнт підсилення k_2 розімкненої частини САУ, обчислимо статичну похибку $\varepsilon_{\text{ст}}$. Графік залежності $\varepsilon(k_2)$ збудуємо у середовищі ППП MathCAD (рис. 9.3).

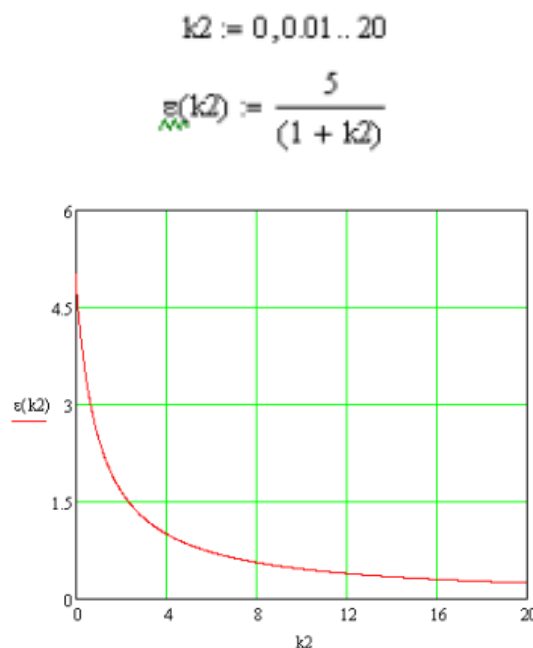


Рис. 9.3. Графік залежності $\varepsilon(k_2)$

Для визначення залежності між значенням задавального впливу і коефіцієнтом підсилення розімкнутої частини $k_2(x_{вх})$ при заданому $\varepsilon_{зд}=0,1$ перетворимо вираз 9.5 до вигляду:

$$k_2 = \frac{x_{вх} - \varepsilon_{ст}}{\varepsilon_{ст}} = \frac{x_{вх} - 0,1}{0,1}. \quad (9.6)$$

Графік залежності $k_2(x_{вх})$ побудований у середовищі ППП MathCAD наведено на рис. 9.4.

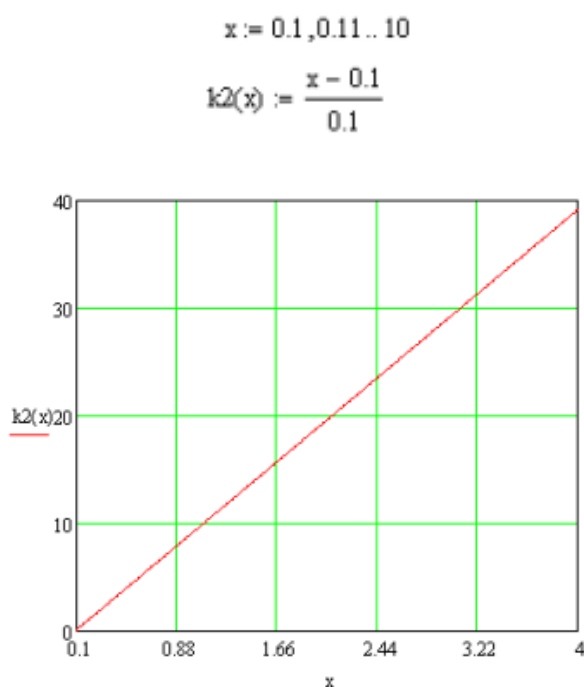


Рис. 9.4. Графік залежності $k_2(x_{вх})$

Перевіримо результати розрахунків. Виберемо на графіку будь-яку точку і визначимо її координати за допомогою функції *Trace* ППП MathCAD (рис. 9.5).

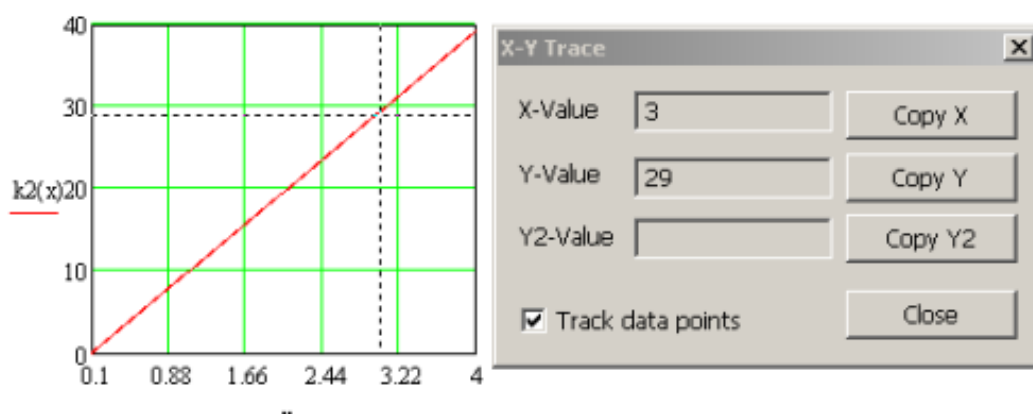


Рис. 9.5. Визначення координат точки графіку

Отже маємо координат точки $x_{вх}=3$, $k_2=29$, . Перевіримо отриманий результат методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MatLAB за раніше наведеною схемою (рис. 9.2). Результати моделювання наведені на рис. 9.6.



Рис. 9.6. Структурна схема для перевірки результатів розрахунку

Маємо $\varepsilon_{СТ}=0.1$. Результати моделювання підтвердили розрахунки.

Система автоматичного управління на рис. 3.1б є астатичною. Статична похибка в цій системі дорівнює нулю і не залежить від коефіцієнту підсилення розімкнутої частини $k_{роз}=k_2k_3$ і задавального впливу $x_{вх}$. Перевірку даного твердження виконаємо методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MatLAB із значеннями задавального впливу і коефіцієнтів підсилення, заданих в умові прикладу (рис. 9.7) і із зміненими значеннями (рис.9.8). Як бачимо, в обох випадках статична похибка наближається до нуля.

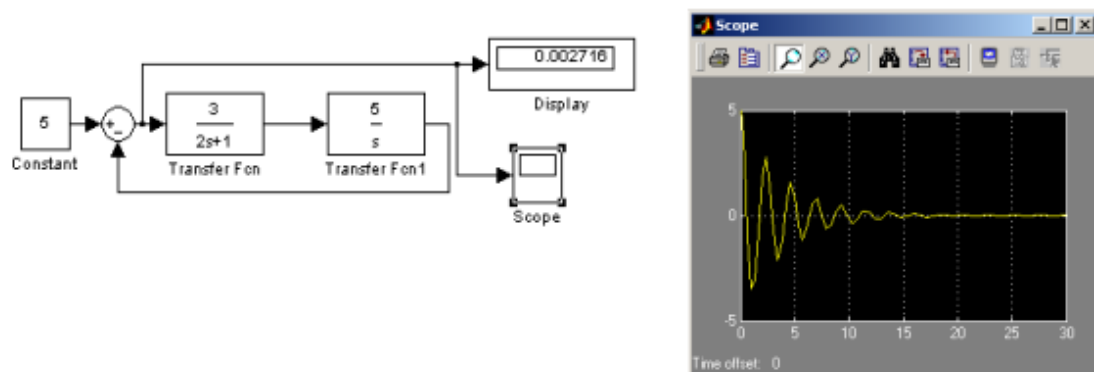


Рис. 9.7. Структурна схема САУ і графік перехідного процесу для вихідних значень параметрів

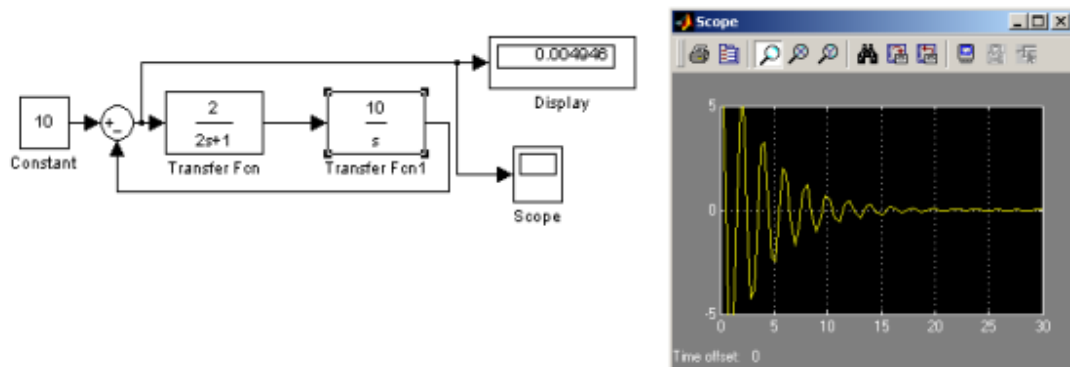


Рис. 9.8. Структурна схема САУ і графік перехідного процесу для змінених значень параметрів

Приклад 9.2. На вхід систем автоматичного управління рис. 9.1в і рис. 9.1г подано лінійний вплив $x_{вх}(t)=a+k_1$. Методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MatLAB визначити швидкісну похибку $\epsilon_{шв}$ в даних системах. Для астатичної САУ (рис.9.1г) підтвердити незалежність швидкісної похибки $\epsilon_{шв}$ від коефіцієнту a і виділити зону на площині $k_{роз}(k_1)$, в якій $\epsilon_{шв} \leq \epsilon_{зад}$. Значення коефіцієнтів вхідного впливу, параметрів системи автоматичного управління і заданої величини похибки $a=3$; $k_1=2$; $k_2=3$; $k_3=5$; $T_1=2$; $\epsilon_{зад}=0,1$.

Структурну схему для дослідження статичної і астатичної САУ (рис. 9.1в і рис. 9.1г) в додатку SIMULINK ППП MatLAB подано на рис. 9.9. Ручними перемикачами *Manual Switch 2* і *Manual Switch 3* можна перемикати входи осцилографа *Scope* і дисплея *Display* на виходи ланок статичної і астатичної систем.

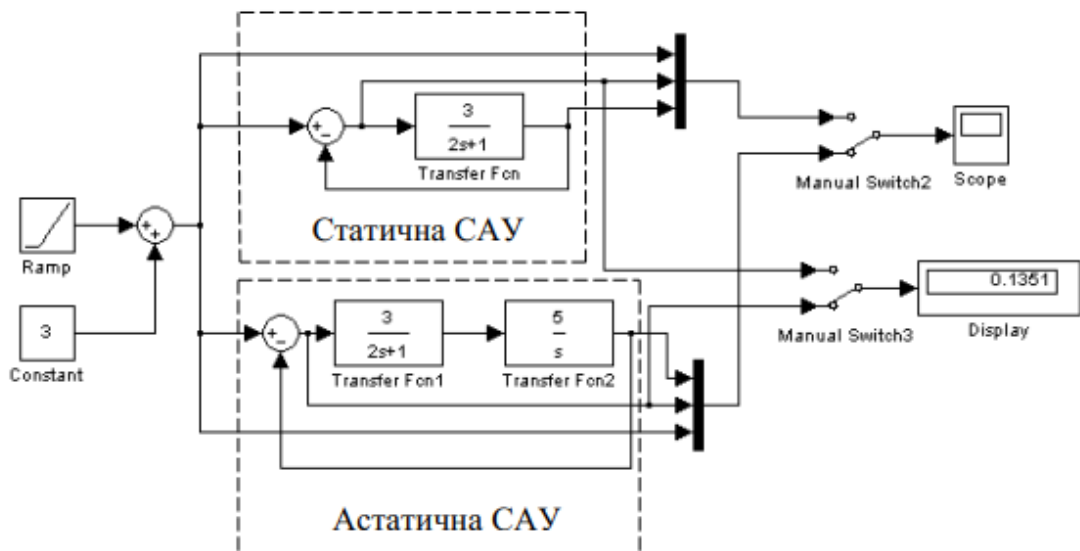


Рис. 9.9. Структурна схема для дослідження САУ

За даною структурною схемою виконано моделювання статичної і астатичної систем автоматичного управління. Графіки перехідного процесу, а також змін вхідного впливу і похибки у часі статичної САУ наведено на рис. 9.10. Як слідує із графіків, при лінійній зміні вхідного впливу величина похибки $\epsilon_{шв}$ необмежено зростає.

Графіки перехідного процесу, а також змін вхідного впливу і похибки у часі астатичної САУ подано на рис. 9.11. Як слідує із графіків, при лінійній зміні вхідного впливу величина похибки $\epsilon_{шв}$ наближається до нуля.

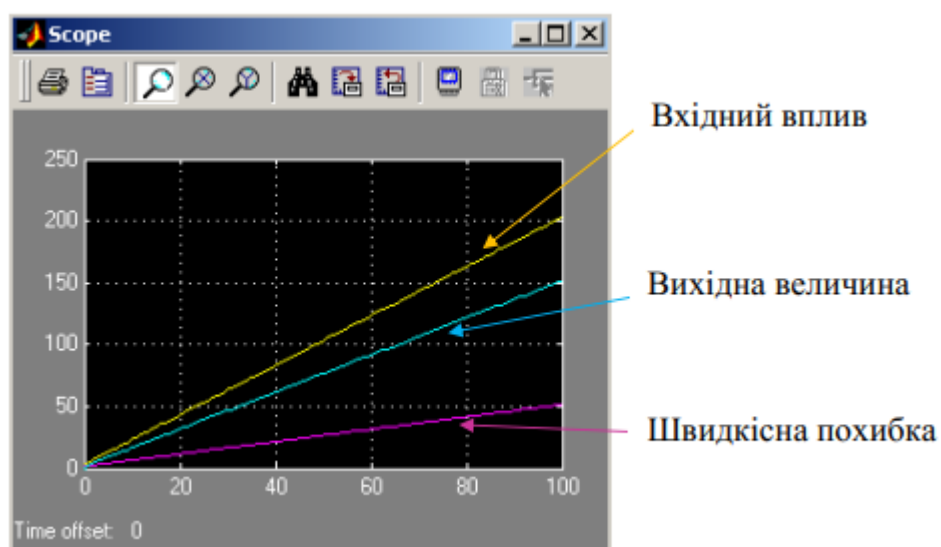
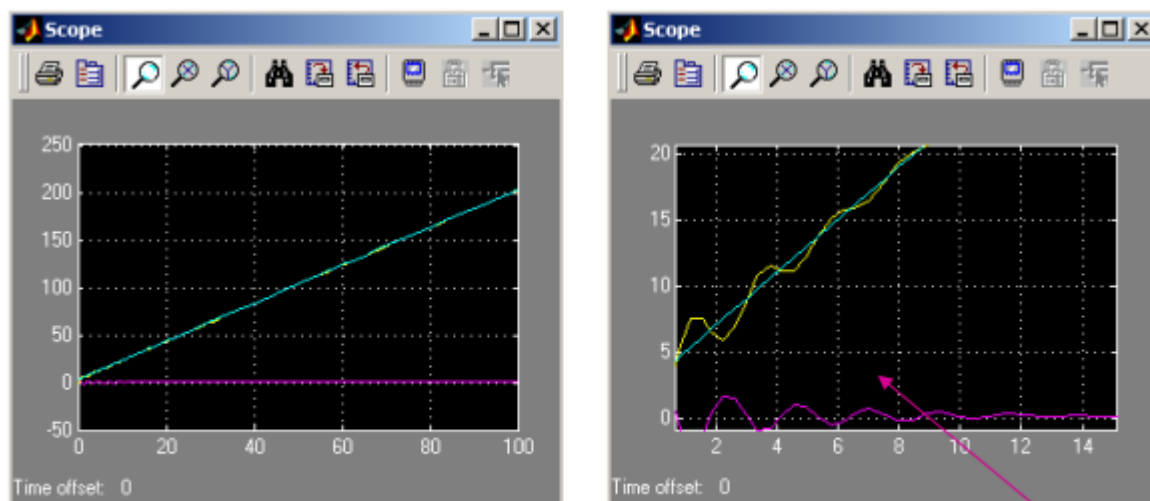


Рис. 9.10. Результати моделювання статичної САУ



Швидкісна похибка

Рис. 9.11. Результати моделювання астатичної САУ

Доведемо незалежність швидкісної похибки $\epsilon_{\text{шв}}$ від параметру a вхідного впливу в астатичній системі автоматичного управління. Для цього застосуємо критерій Спірмена. Змінюючи значення параметра a , визначимо методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MatLAB відповідні значення швидкісної похибки $\epsilon_{\text{шв}}$ і розрахуємо коефіцієнт рангової кореляції Спірмена. Результати моделювання представлені в табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Вихідні данні

Параметр a	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Швидкісна похибка $\epsilon_{\text{шв}}$	0,13	0,16	0,08	0,06	0,03	-0,15	0,04	0,8	0	-0,16

За даними табл. 9.2 сформуємо ранги параметра a (табл. 9.3) і швидкісної похибки $\epsilon_{\text{шв}}$ (табл. 9.4).

Таблиця 9.3

Ранги значень параметра a

Параметр a	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5
Ранг a_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Таблиця 9.4

Ранги значень параметра $\varepsilon_{шв}$										
Швидкісна похибка $\varepsilon_{шв}$	0,8	0,16	0,13	0,08	0,06	0,04	0,03	0	-0,15	-0,16
Ранг $\varepsilon_{шв}^i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

За даними табл. 9.3 і табл. 9.4 складемо послідовності рангів a і $\varepsilon_{шв}$. Послідовності рангів наведено в табл. 9.5. В ній подано також різниці рангів і квадрати різниць рангів.

Таблиця 9.5

Послідовності рангів a і $\varepsilon_{шв}$										
Ранг a_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг $\varepsilon_{шв}^i$	10	8	1	6	9	7	5	4	2	3
Різниці рангів $d_i = a_i - \varepsilon_{шв}^i$	-9	-6	2	-2	-4	-1	2	4	7	7
Квадрат різниці d_i^2	81	36	4	4	16	1	4	16	49	49

Визначимо вибірковий коефіцієнт рангової кореляції Спірмена:

$$\rho_v = 1 - \frac{6 \sum_i^n d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \times 260}{10^3 - 10} = -0,73, \quad (9.7)$$

тут $n=10$ – об'єм вибірки.

Перевіряємо нульову гіпотезу H_0 про рівність нулю генерального коефіцієнта рангової кореляції ρ_r Спірмена. За таблицею критичних точок розподілу Стюдента [] знаходимо значення критичної точки двосторонньої критичної ділянки $t_{кр}(a, k)$. Тут a – рівень значущості, $k=n-2$ – число ступенів свободи. При $a=0.01$ і $k=8$ знаходимо $t_{кр}(a, k)=3.36$.

Розраховуємо критичну точку:

$$T_{кр} = t_{кр}(a, k) \sqrt{\frac{1 - \rho_v^2}{n - 2}} = 3,36 \sqrt{\frac{1 - (-0,73)^2}{10 - 2}} = 0,81. \quad (9.8)$$

Оскільки $|\rho_v| < T_{кр}$, то немає підстав відкидати нульову гіпотезу про рівність нулю генерального коефіцієнта рангової кореляції Спірмена. Отже рангова кореляція між параметрами a і $\varepsilon_{шв}$ відсутня. Впливу параметра a на швидкісну похибку немає.

На координатній площині $k_{роз}(k_1)$ визначимо зону, в якій $\varepsilon_{шв} \leq 0.1$. Згідно з (9.3) маємо:

$$\varepsilon_{шв} = \frac{k_1}{K_{роз}} \leq 0.1. \quad (9.9)$$

Із (9.9) дістанемо:

$$K_{роз} \geq \frac{k_1}{0.1}. \quad (9.10)$$

Згідно з (9.10) в ППП MathCAD побудовано залежність $k_{роз} = \frac{k_1}{0.1}$ (рис. 9.12). На рис. 9.12 показано також ділянку, в якій $\varepsilon_{шв} \leq 0.1$, і ділянку, в якій $\varepsilon_{шв} > 0.1$. Правильність розрахунків перевіримо методом моделювання в додатку SIMULINK ППП MatLAB за структурною схемою 9.9. Для цього на координатній площині $k_{роз}(k_1)$ виділимо три точки, в яких $\varepsilon_{шв} < 0.1$, $\varepsilon_{шв} = 0.1$ і $\varepsilon_{шв} > 0.1$. Координати точок і відповідні їм значення швидкісних похибок подано в табл. 9.6. Результати моделювання збігаються з розрахунками.

Зміст звіту

1. Структурна схема для дослідження точності статичної та астатичної систем керування.
2. Розрахунки статичної похибки статичної і астатичної систем автоматичного управління при подачі на їх входи ступінчастого сигналу.
3. Графік залежності статичної похибки статичної системи управління від коефіцієнта підсилення розімкнутої частини.
4. Розрахунок залежності коефіцієнта підсилення від вхідного впливу для забезпечення заданого значення величини похибки.
5. Графіки перехідних процесів в статичній і астатичній системах при подачі на їхні входи впливу, який змінюється за лінійним законом.
6. Розрахунки щодо перевірки гіпотези про незалежність значення швидкісної похибки в усталеному режимі від вільного коефіцієнту закону зміни вхідної величини.

7. Розрахунки і графіки, щодо виділення областей в площині $k_{роз}(k_1)$, в яких швидкісна похибка не більше заданого значення.

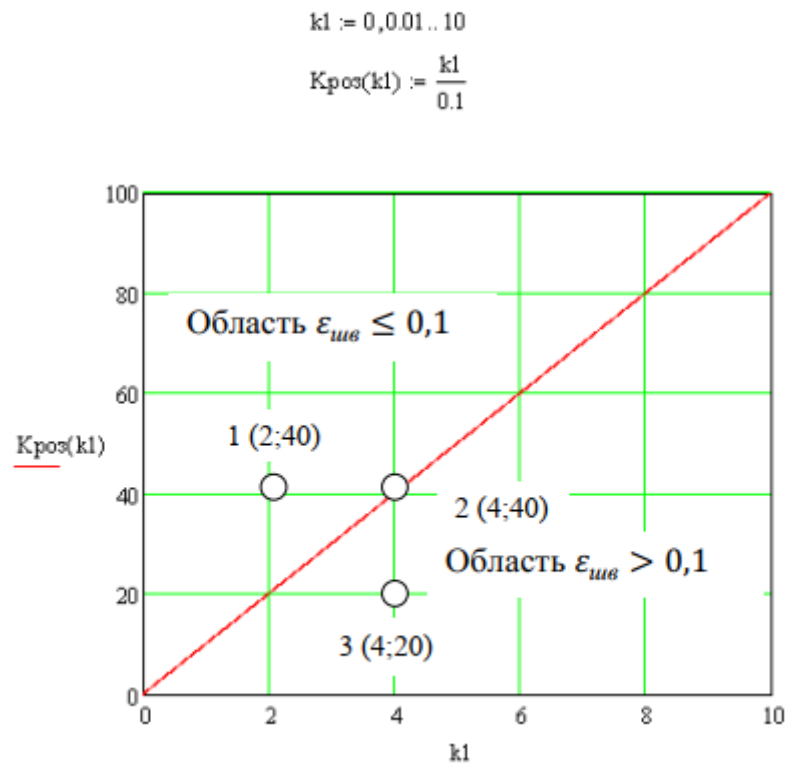


Рис. 9.12. Графік залежності $k_{роз}(k_1)$

Таблиця 9.6

Результати перевірки швидкісної похибки астатичної САУ			
Точка	1 (2;40)	2 (4;40)	3 (4;20)
Швидкісна похибка $\varepsilon_{шв}$	0,03	0,08	0,20

Контрольні запитання

1. Що таке точність системи?
2. Що таке статична похибка?
3. Що таке швидкісна похибка?
4. Яким чином можна зменшити усталену похибку у статичній системі керування?
5. Чи можна зменшити усталену похибку в астатичній системі керування? Чому?
6. Як зміниться усталена похибка у статичній системі керування, якщо зменшити (збільшити) в її динамічних ланках постійні часу?
7. Яким чином можна зменшити швидкісну похибку в астатичній системі?

Практична робота № 10

Тема: Дослідження послідовних коригувальних пристроїв

Мета: Дослідити роботу послідовних коригувальних пристроїв.

Вихідні дані

Вихідні дані для виконання роботи:

1. Структурні схеми та числові параметри досліджуваних систем (рисунки 10.1 а, б; табл. 10.1)
2. ППП MATLAB і MathCAD для моделювання систем автоматичного керування і математичних розрахунків на ЕОМ.

Порядок виконання роботи

При виконанні необхідно дотримуватися такого порядку:

- розрахувати загальний коефіцієнт підсилення розімкненої частини системи автоматичного керування, який забезпечить задану похибку (статичної, швидкісної) керування;
- підключити послідовно з елементами розімкненої частини системи автоматичного керування додаткову підсилювальну ланку для забезпечення необхідного загального коефіцієнту підсилення;
- оцінити стійкість скоригованої системи автоматичного керування;
- за втратою стійкості системи автоматичного керування ввести до неї послідовний коригувальний пристрій і розрахувати його параметри для надання системі властивості стійкості;
- за допомогою додатку SIMULINK ППП MatLAB визначити перехідний процес у скоригованій системі автоматичного керування;
- зробити висновки.

Методичні пояснення

Зміна структури системи автоматичного керування введенням додаткових ланок (коригувальних пристроїв) – один із способів досягнення необхідної якості процесу керування. Розрізняють чотири види коригувальних пристроїв: послідовний, паралельний, за зовнішнім впливом та неединичний зворотний зв'язок.

Послідовні коригувальні пристрої вводяться до системи автоматичного керування послідовно з динамічними ланками розімкненої частини. Існує декілька типів послідовних коригувальних пристроїв.

Введення похідної від похибки – найпростіший спосіб поліпшення якості перехідного процесу. На практиці його можна реалізувати за допомогою інерційної диференціальної ланки, передаточна функція якої має вигляд: $W(p) = \frac{k_k p}{T_k p + 1}$. Постійна часу T_k має бути значно менше часу перехідного процесу системи автоматичного керування. Ще одним способом поліпшення якості функціонування САУ є введення інтеграла від похибки. Для реалізації даного послідовного коригувального пристрою використовується інтегральна ланка, передатна функція якої має вигляд: $W(p) = \frac{k_k}{p}$. Введення інтеграла від похибки дозволяє підвищити астатизм САУ і підвищити точність керування. Проте при цьому в систему автоматичного керування вводиться від’ємна фаза $-\frac{\pi}{2}$, що погіршує умови її стійкості.

Підвищити точність системи без значного погіршення її запасу стійкості дозволяє послідовний коригувальний пристрій “ізодромна ланка”, передатна функція якої має вигляд: $W(p) = k_{k1} + \frac{k_{k2}}{p}$.

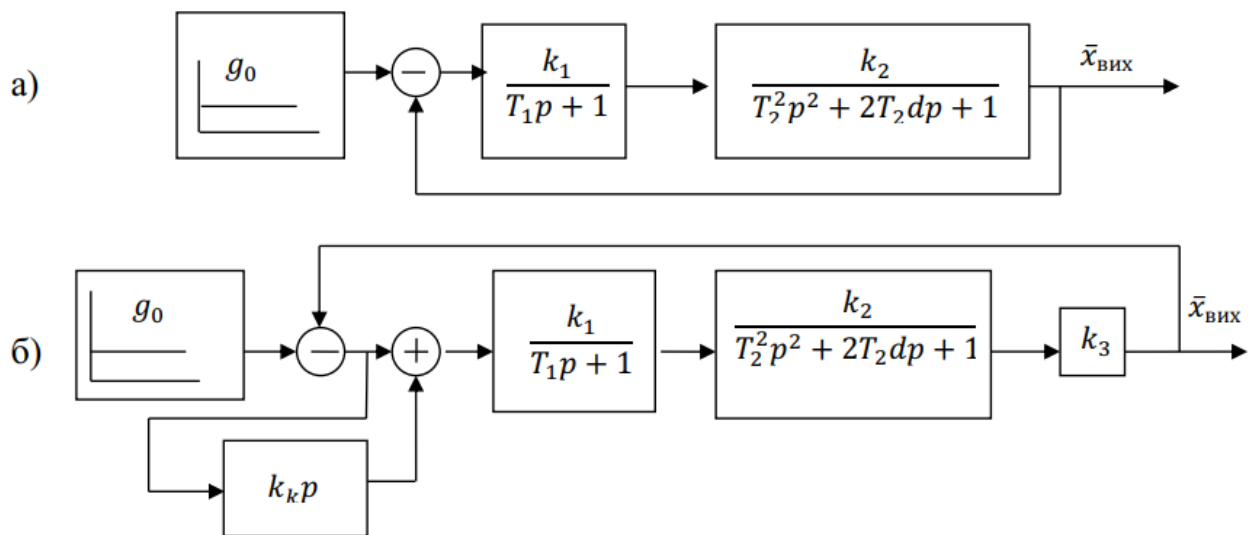


Рис. 10.1. Структурні схеми досліджуваних систем:
а) вихідна система автоматичного керування;
б) скоригована система автоматичного керування.

Приклад 10.1. Визначити загальний коефіцієнт підсилення K розімкненої частини САУ (рис. 10.1а) для забезпечення статичної похибки $E_{ст}=0,05$.

Стійкість системи забезпечити введенням до її структури послідовного коригувального пристрою типу “похідна від похибки” (рис. 10.1б). Параметри системи: $g_0=0,5$, $k_1=2$, $k_2=1$, $T_1=2с$, $T_2=3с$, $d=0,4$

Система автоматичного управління на рис. 4.1 є статичною. При подачі на вхід такої системи ступінчастого впливу $g_0=0,5$ похибка в усталеному режимі становитиме:

$$E_{\text{ст}} = \frac{g_0}{1 + K} \cdot \quad (10.1)$$

Таблиця 10.1

Вихідні дані

Варіант	Параметри системи					
	g_0	k_1	k_2	T, c	d	$E_{\text{ст}}$
1	2	1,5	2	0,2	0,4	0,2
2	3	0,5	2	0,2	0,5	0
3	4	4	5	0,4	1,3	0,1
4	6	1	2	0,5	0,8	0
5	9	2,5	3,2	0,7	0,85	0,5
6	5	1	1	0,4	0,7	0
7	4	0,5	6	0,8	0,35	0,5
8	7	4	0,5	0,8	1	0
9	8	5	3	1,2	1,4	0,2
10	2	2	0,5	0,2	0,5	0
11	1	3	1	0,1	0,4	0,1
12	3	0,5	4	0,5	0,8	0
13	8	0,3	50	0,3	1,4	0,2
14	5	4	0,25	0,4	0,7	0
15	2	4	0,75	0,9	0,4	0,2
16	7	0,4	5	0,8	1	0
17	9	80	0,1	0,9	0,85	0,5
18	8	1	1	0,4	0,7	0
19	5	1	1	0,4	0,7	0
20	9	2,5	3,2	0,7	0,85	0,5

Для забезпечення $E_{\text{ст}}=0,05$ загальний коефіцієнт K розімкненої частини системи керування розрахуємо за формулою:

$$K = \frac{g_0 - E_{\text{ст}}}{E_{\text{ст}}} = \frac{0,5 - 0,05}{0,05} = 9. \quad (10.2)$$

Даний коефіцієнт підсилення можна забезпечити введенням в розімкнену частину САУ додаткової підсилювальної ланки з коефіцієнтом підсилення:

$$k_3 = \frac{K}{k_1 k_2} = \frac{9}{1 \times 2} = 4,5. \quad (10.3)$$

Перевіримо стійкість системи з додатковою підсилювальною ланкою за критерієм Гурвіца. Передатна функція розімкненої системи буде мати вигляд:

$$W(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1} \times \frac{k_2}{T_2^2 p^2 + 2T_2 d p + 1} \times k_3 =$$

$$= \frac{K}{T_1 T_2^2 p^3 + (2T_1 T_2 d + T_2^2) p^2 + (T_1 + 2T_2 d) p + 1}.$$
(10.4)

Визначимо характеристичний поліном:

$$D(p) = T_1 T_2^2 p^3 + (2T_1 T_2 d + T_2^2) p^2 + (T_1 + 2T_2 d) p + (1 + K) =$$

$$= 18p^3 + 13,8p^2 + 4,4 p + 10.$$
(10.5)

Складемо матрицю коефіцієнтів Гурвіца:

$$\begin{pmatrix} 13,8 & 10 & 0 \\ 18 & 4,4 & 0 \\ 0 & 13,8 & 10 \end{pmatrix}.$$

Знайдемо детермінанти матриці коефіцієнтів Гурвіца:

$$\Delta_1 = 13,8 > 0,$$

$$\Delta_2 = 13,8 \times 4,4 - 18 \times 10 = 60,72 - 180 < 0.$$

Детермінант другого порядку – від’ємний. Отже система є нестійкою.

Перевіримо результати розрахунків методом моделювання. На рис. 10.3 наведено структурну схему для моделювання досліджуваної системи в середовищі SIMULINK ППП MatLAB. Результати моделювання представлено на рис. 10.4, із якого видно, що вихідна величина безперервно збільшується у часі здійснюючи коливання. Такі зміни відповідають нестійкій системі.

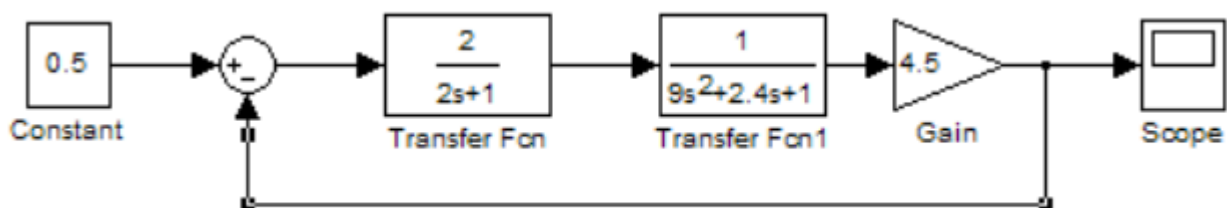


Рис. 10.3. Структурна схема досліджуваної системи

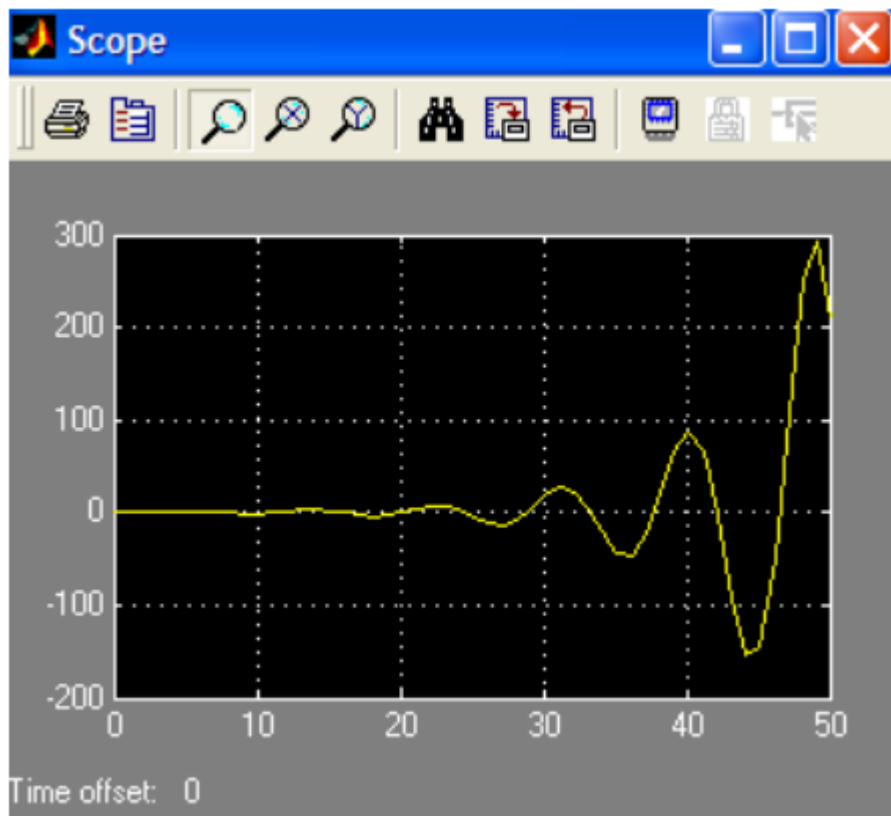


Рис. 10.4. Графік перехідного процесу

Для забезпечення стійкості автоматичної системи керування введемо послідовно із ланками розімкненої частини коригувальний пристрій «від похибки», як показано на рис. 10.1б. Тоді передатна функція розімкненої частини системи буде мати вигляд:

$$W(p) = \frac{K \times (1 + k_k p)}{T_1 T_2^2 p^3 + (2T_1 T_2 d + T_2^2) p^2 + (T_1 + 2T_2 d) p + 1}. \quad (10.6)$$

Визначимо характеристичний поліном:

$$\begin{aligned} D(p) &= T_1 T_2^2 p^3 + (2T_1 T_2 d + T_2^2) p^2 + (T_1 + 2T_2 d + K k_k) p + (1 + K) = \\ &= 18p^3 + 13,8p^2 + (4,4 + 9k_k p) + 10. \end{aligned} \quad (10.7)$$

Складемо матрицю коефіцієнтів Гурвіца:

$$\begin{pmatrix} 13,8 & 10 & 0 \\ 18 & (4,4 + 9k_k) & 0 \\ 0 & 13,8 & 10 \end{pmatrix}.$$

Детермінант першого порядку $\Delta_1 = 13.8 > 0$. Для того, щоб система автоматичного управління була стійкою, необхідне виконання також і умов $\Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$. Запишемо математичний вираз для детермінанта другого порядку:

$$\Delta_2 = 13,8 \times (4,4 + 9k_k) - 10 \times 18 > 0. \quad (10.8)$$

Визначимо k_k із нерівності (10.8):

$$k_k > \frac{10 \times 18 - 13,8 \times 4,4}{13,8 \times 9} \approx 0,96. \quad (10.9)$$

Отже, якщо коефіцієнт $k_k > 0.96$, то $\Delta_2 > 0$. Останній визначник Δ_3 матриці коефіцієнтів розрахуємо за формулою:

$$\Delta_3 = \Delta_2 \times (1 + K). \quad (10.10)$$

При $k_k = 3$ дістанемо $\Delta_3 = 2533.2 > 0$.

Перевіримо результати розрахунків методом моделювання. На рис. 10.5 наведено структурну схему для моделювання досліджуваної системи в середовищі SIMULINK ППП MatLAB. Враховуючи, що коригувальна ланка (диференціальна ланка) з передатною функцією $W(p) = 3p$ є такою, що фізично не реалізовується, її замінено на реальну диференціальну ланку з постійною часу більше ніж на два порядки менше часу перехідного процесу в системі $W(p) = \frac{3p}{0.01p+1}$. Така заміна не впливає на часові властивості автоматичної системи управління.

Результати моделювання подано на рис. 10.6 і рис. 10.7. Із аналізу графіка зміни похибки (рис. 10.6) випливає, що вона зменшується у часі, здійснюючи коливання, і наближається до усталеного значення. Усталене значення похибки видно на фрагменті графіку зміни похибки на рис. 10.7. Похибка в усталеному режимі дорівнює заданому значенню: $E_{ст} = 0,05$.

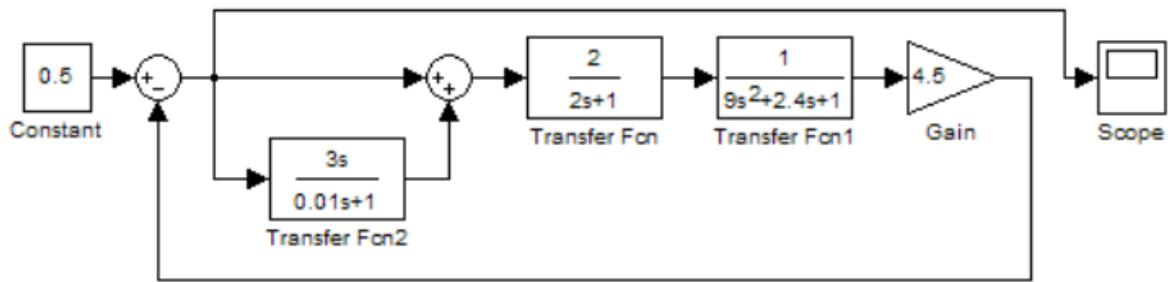


Рис. 10.5. Структурна схеми досліджуваної системи

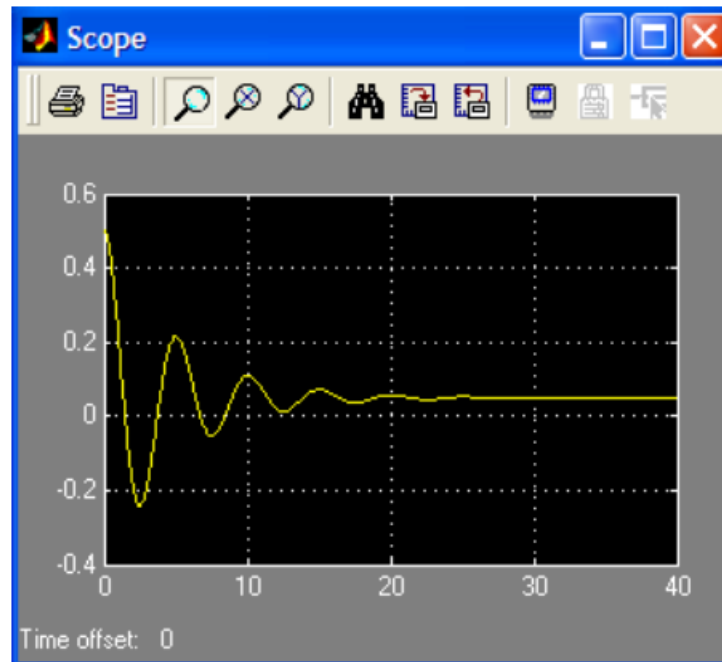


Рис. 10.6. Графік зміни похибки у часі

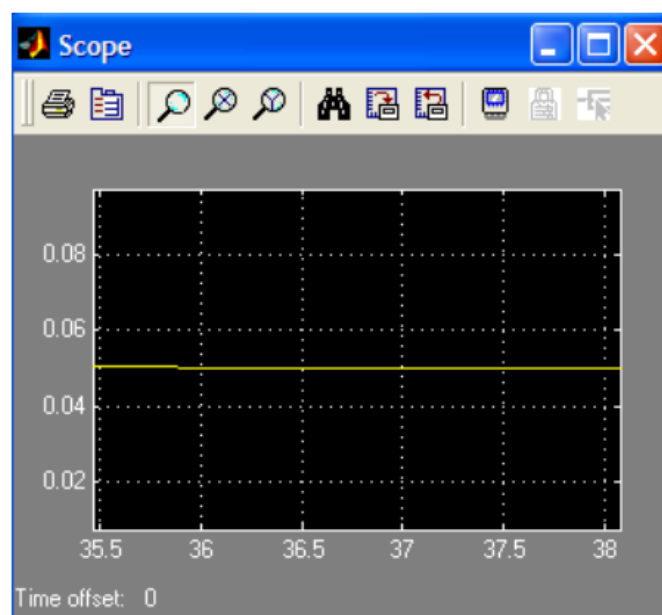


Рис. 10.7. Фрагмент графіку зміни похибки у часі

Зміст звіту

1. Структурні схеми досліджуваних систем автоматичного управління.
2. Розрахунки параметрів додаткових ланок системи для забезпечення заданої статичної похибки .
3. Графіки перехідних процесів нескорегованої та скорегованої автоматичних систем.

Контрольні запитання

1. Яким чином можна покращити якість САУ?
2. Як називаються додаткові ланки, які вводяться в САУ для забезпечення заданих показників якості?
3. Що таке послідовний коригувальний пристрій?
4. Які типи послідовних коригувальних пристроїв Ви знаєте?
5. Як впливає на роботу замкненої системи автоматичного управління введення похідної від похибки?
6. До чого приводить введення у систему інтегрувальної ланки?
7. З якою метою вводять у систему автоматичного керування ізодромну ланку?

ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. Теорія автоматичного управління. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з дисципліни для студентів напряму підготовки 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Ч. 1. / М.М. Трипутень, Є.К. Воскобойник ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2018. – 93 с.
2. Теория систем автоматического регулирования. / В.А. Бесекерский, П.П. Попов – М., 1975 г. – 768 с.
3. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов, т.1/ Н.С. Пискунов – 13-е изд. – М. Наука. Главная редакция физикоматематической литературы, 1985. – 432 с.
4. MathCAD: Учебный курс./ Е.Г. Макаров – Спб.: Питер, 2009. – 384 с.
5. Компьютерная математика. Пакет имитационного моделирования Simulink: лаб. практикум / Л.Л. Голубева, А.Э. Малевич, Н.Л. Щеглова. – Минск: БГУ, 2010. – 151 с.
6. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. / Е.П. Попов – М.:Наука, 1979.–256 с.
7. Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы / А.А. Воронов – М.:Энергия, 1981.–304с.
8. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. / Ю.Т. Ту – М.:Машиностроение, 1964.–536 с.